

Cinemática de una Partícula

La **mecánica** es una rama de la física que se ocupa del estado de reposo o movimiento de los cuerpos sometidos a la acción de fuerzas. Se divide en dos áreas:

1. Estática, que tiene que ver con el equilibrio de un cuerpo que permanece en reposo o que se mueve a velocidad constante.
2. Dinámica, que se ocupa del movimiento acelerado de un cuerpo.

La dinámica, a su vez, se divide en dos partes:

1. Cinemática, que trata sobre los aspectos geométricos del movimiento.
2. Cinética, que analiza las fuerzas que causan el movimiento.

Los principios de la dinámica se desarrollaron cuando fue posible efectuar mediciones exactas del tiempo. Destacan Galileo Galilei, Isaac Newton, Euler, D'Alembert y Lagrange.

Con la dinámica se resuelven problemas de ingeniería como el diseño estructural de vehículos tales como automóviles o aeroplanos; dispositivos mecánicos como motores, bombas, herramientas móviles, operadores industriales y maquinaria. También estudia el movimiento de los satélites artificiales, proyectiles y vehículos espaciales.

Cinemática rectilínea: Movimiento continuo

Una *partícula* posee masa, pero tamaño y forma insignificantes.

Cinemática rectilínea

La cinemática de una partícula es caracterizada al especificar, en cualquier momento, la posición, velocidad y aceleración de la partícula.

Posición

La trayectoria en línea recta de una partícula, se define usando únicamente un eje coordenado, s . El origen, O , sobre la trayectoria, es un punto fijo, y desde este punto, el vector de posición \mathbf{r} se usa para especificar la localización de la partícula P en cualquier momento dado.

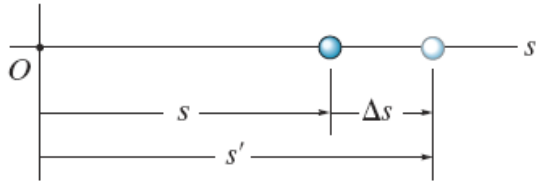


Position

El vector \mathbf{r} , siempre está dirigido a lo largo del eje s , es decir $\theta = 0$. Entonces, su dirección nunca cambiará. Lo que sí cambia es su magnitud y su sentido. Conviene representar \mathbf{r} mediante un escalar s algebraico, el cual simboliza la *coordenada de posición* de la partícula. La magnitud es la distancia desde O hasta P y se mide en metros (m) o pies (ft), y el sentido es definido mediante el signo algebraico colocado sobre s . En la figura anterior, s es positiva ya que el eje coordenado es positivo hacia la derecha del origen O . Igualmente, el sentido es negativo si la partícula está localizada a la izquierda de O .

Desplazamiento

El *desplazamiento* de la partícula se define como su *cambio* de posición. Si la partícula va de P a P' , el desplazamiento es $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}$. Escalarmente, el cambio de posición es $\Delta s = s' - s$.



Displacement

En este caso, Δs es positiva ya que la posición final de la partícula está a la derecha de su posición inicial, es decir, $s' > s$. De la misma manera, si la posición final estuviera a la izquierda de la posición inicial, Δs sería negativa.

La distancia recorrida es un escalar positivo que representa la longitud total de la trayectoria sobre la cual viaja una partícula.

Velocidad

Si la partícula se mueve a través de un desplazamiento Δr desde P hasta P' , durante el intervalo de tiempo Δt , la *velocidad promedio* es:

$$\mathbf{v}_{prom} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$$

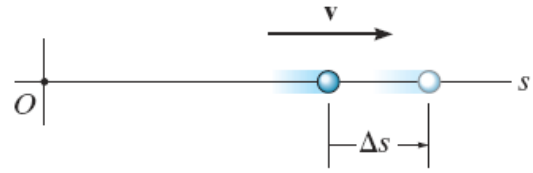
Si cada vez tomamos intervalos menores de tiempo, la magnitud de Δr se vuelve cada vez menor. Consecuentemente, la velocidad instantánea se define como el límite de la velocidad cuando la diferencia de tiempo tiende a cero, o bien:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

Representando a \mathbf{v} como un escalar algebraico, también se puede decir que:

$$v = \frac{ds}{dt}$$

Δt o dt serán siempre positivos. El signo de la velocidad define su sentido. Por ejemplo, si la partícula se está moviendo hacia la derecha, la velocidad es positiva, y viceversa.



Velocity

La magnitud de la velocidad se denomina *rapidez* y se expresa en m/s, o ft/s.

La rapidez promedio es la distancia total recorrida por una partícula dividida entre el tiempo transcurrido.

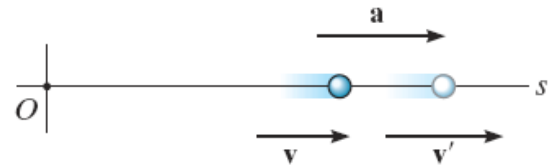
Aceleración

Si se conoce la velocidad de la partícula en dos puntos P y P' , la aceleración promedio de la partícula se define como:

$$\mathbf{a}_{prom} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

Δv representa la diferencia de velocidad durante el intervalo de tiempo Δt . O sea,

$$\Delta v = v' - v$$



Acceleration

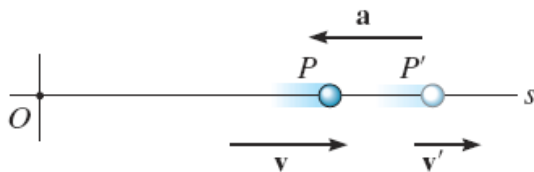
La *aceleración instantánea* en el tiempo t se encuentra tomando valores cada vez más pequeños de Δt , y de nuevo, los valores correspondientes a Δv serán cada vez más pequeños, de manera que obteniendo el límite de la aceleración cuando la diferencia de tiempo tiende a cero, usando escalares algebraicos tenemos que:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Sustituyendo:

$$a = \frac{d}{dt}v = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2s}{dt^2}$$

Tanto la aceleración promedio como la instantánea puede ser positiva o negativa. En particular, cuando la partícula disminuye su rapidez, se dice que está desacelerando.



Deceleration

En el caso de esta imagen, v' es menor que v , por lo tanto $\Delta v = v' - v$ será negativa. En consecuencia, a también será negativa y actuará hacia la izquierda en sentido opuesto a v .

Cuando la velocidad es constante, la aceleración es cero.

$$\Delta v = v' - v = 0 \rightarrow a = \frac{dv}{dt} = \frac{0}{dt} = 0$$

Las unidades comunes para la aceleración son m/s^2 y ft/s^2 .

Una relación diferencial que implica el desplazamiento, la velocidad y la aceleración a lo largo de la trayectoria se obtiene eliminando el diferencial de tiempo dt :

$$a ds = v dv$$

Aceleración constante, $a = a_c$

Cuando la aceleración es constante, las tres ecuaciones cinemáticas:

$$a_c = dv/dt$$

$$v = ds/dt$$

$$a_c ds = v dv$$

Pueden ser integradas para obtener fórmulas que relacionen a_c , v , s y t .

Velocidad como función del tiempo

$$a_c = dv/dt$$

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a_c dt$$

$$v = v_0 + a_c t$$

Aceleración constante $\rightarrow +$

Posición como función del tiempo

$$v = \frac{ds}{dt} = v_0 + a_c t$$

$$\int_{s_0}^s ds = \int_0^t (v_0 + a_c t) dt$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$$

Aceleración constante $\rightarrow +$

Velocidad como función de la posición

$$v dv = a_c ds$$

$$\int_{v_0}^v dv = \int_{s_0}^s a_c ds$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$$

Aceleración constante $\rightarrow +$

Las magnitudes y los signos de s_0 , v_0 y a_c son determinados a partir del origen elegido y de la dirección positiva del eje s , como se indica con la flecha en cada ecuación.

Estas ecuaciones *sólo funcionan cuando la aceleración es constante y cuando $t = 0$, $s = s_0$, $v = v_0$* . Un ejemplo de movimiento acelerado constante es el debido a la gravedad en la Tierra. Dicha aceleración vale $9.81 m/s^2$, ó $32.2 ft/s^2$.

Puntos importantes

- La dinámica se ocupa de cuerpos que tienen movimiento acelerado.
- La cinemática es el estudio de la geometría del movimiento.
- La cinética es el estudio de las fuerzas que causan el movimiento.
- La cinemática rectilínea se refiere al movimiento en línea recta.
- La rapidez se refiere a la magnitud de la velocidad.
- La rapidez promedio es la distancia total recorrida dividida entre el tiempo total empleado para ello. Esto es diferente a la velocidad promedio, la cual es el vector desplazamiento dividido entre el tiempo.
- La aceleración, $a = dv/dt$ es negativa cuando la partícula está desacelerando.
- Una partícula puede tener aceleración y aún tener velocidad cero.
- La relación $a ds = v dv$ se deriva de $a = dv/dt$ y $v = ds/dt$ al eliminar dt .

Procedimiento de análisis

Sistema coordenado

Establezca una coordenada s de posición a lo largo de la trayectoria y especifique su origen fijo y dirección positiva.

Como el movimiento es a lo largo de una línea recta, la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula pueden ser representadas como escalares algebraicos. Para el trabajo analítico, el sentido de s , v y a es determinado entonces a partir de sus *signos algebraicos*.

El sentido positivo de cada escalar puede ser indicado mediante una flecha

mostrada al lado de cada ecuación cinemática que es aplicada.

Ecuaciones cinemáticas

Si se conoce una relación entre dos cualesquiera de las cuatro variables a , v , s y t , entonces puede obtenerse una tercera variable utilizando una de las ecuaciones cinemáticas, $a = dv/dt$, $v = ds/dt$ o $a ds = v dv$.

Siempre que sea efectuada una integración, es importante que se conozcan la posición y la velocidad en un instante dado para evaluar la constante de integración si se usa una integral indefinida, o los límites de integración si se usa una integral definida.

$$v = v_0 + a_c t$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$$

Nunca aplique las ecuaciones anteriores a menos que esté absolutamente seguro que la *aceleración es constante*.
