Problemas “Cinemática Rectilínea: Movimiento Continuo”

12-1 Partiendo del **reposo**, una partícula se mueve en línea recta con una aceleración $a = (2t - 6)\ m/s^2$, donde t está dada en segundos. ¿Cuál es la velocidad de la partícula cuando $t = 6\ s$, y cuál es su posición cuando $t = 11\ s$?

$$a = 2t - 6$$

$$a = dv/dt$$

$$a\ dt = dv$$

$$\int_0^v dv = \int_0^t a\ dt$$

$$\int_0^v dv = \int_0^t (2t - 6)\ dt$$

$$v = t^2 - 6t$$

$$v = ds/dt$$

$$v\ dt = ds$$

$$\int_0^s ds = \int_0^t (t^2 - 6t)\ dt$$

$$s = \frac{t^3}{3} - 3t^2$$

Cuando $t = 6\ s$

$$v = t^2 - 6t = 36 - 6(6) = 0\ m/s$$

Cuando $t = 11\ s$

$$s = \frac{11^3}{3} - 3(11^2) = 443.667 - 363 = 80.67\ m$$

12-2 Si una partícula tiene una velocidad inicial de $v_0 = 12\ ft/s$ hacia la derecha, en $s = 0$, determine su posición cuando $t = 10\ s$, si $a = 2\ ft/s^2$ hacia la izquierda.

$$v_0 = 12\ ft/s\ \rightarrow$$

$$a = -2\ ft/s^2\ (\leftarrow)$$

$$t = 10\ s$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$$

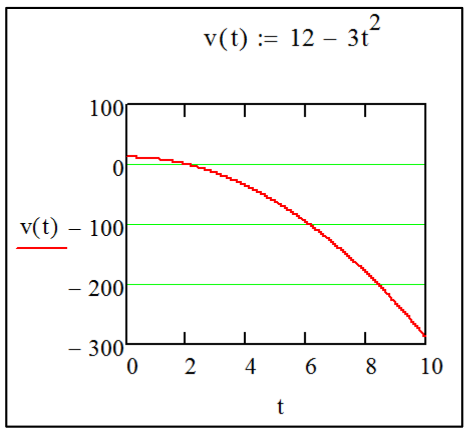
$$s = 0 + \left(12 \frac{ft}{s}\right)(10\ s) + \frac{1}{2}\left(-2 \frac{ft}{s^2}\right)(10\ s)^2 = 120 - 100 = 20\ ft$$

12-3 Una partícula viaja a lo largo de una línea recta con una velocidad $v = (12 - 3t^2)$ m/s, donde t está dado en segundos. Cuando $t = 1\ s$, la partícula se encuentra $10\ m$ hacia la izquierda del origen. Determine la aceleración cuando $t = 4\ s$, el desplazamiento desde $t = 0$ hasta $t = 10\ s$, y la distancia que la partícula viaja durante este periodo de tiempo.

$$v = (12 - 3t^2)$$

$$s_{1\ s} = -10\ m$$

$$a_{4\ s} = ¿?$$



$$a = \frac{d}{dt} v = \frac{d}{dt}(12 - 3t^2) = -6t$$

$$a = -6t|_{t=4s} = -6(4\ s) = -24\ m/s^2$$

$$v = ds/dt$$

$$\int_{-10\ m}^{s} ds = \int_{1}^{t} v\ dt = \int_{1}^{t} (12 - 3t^2)\ dt$$

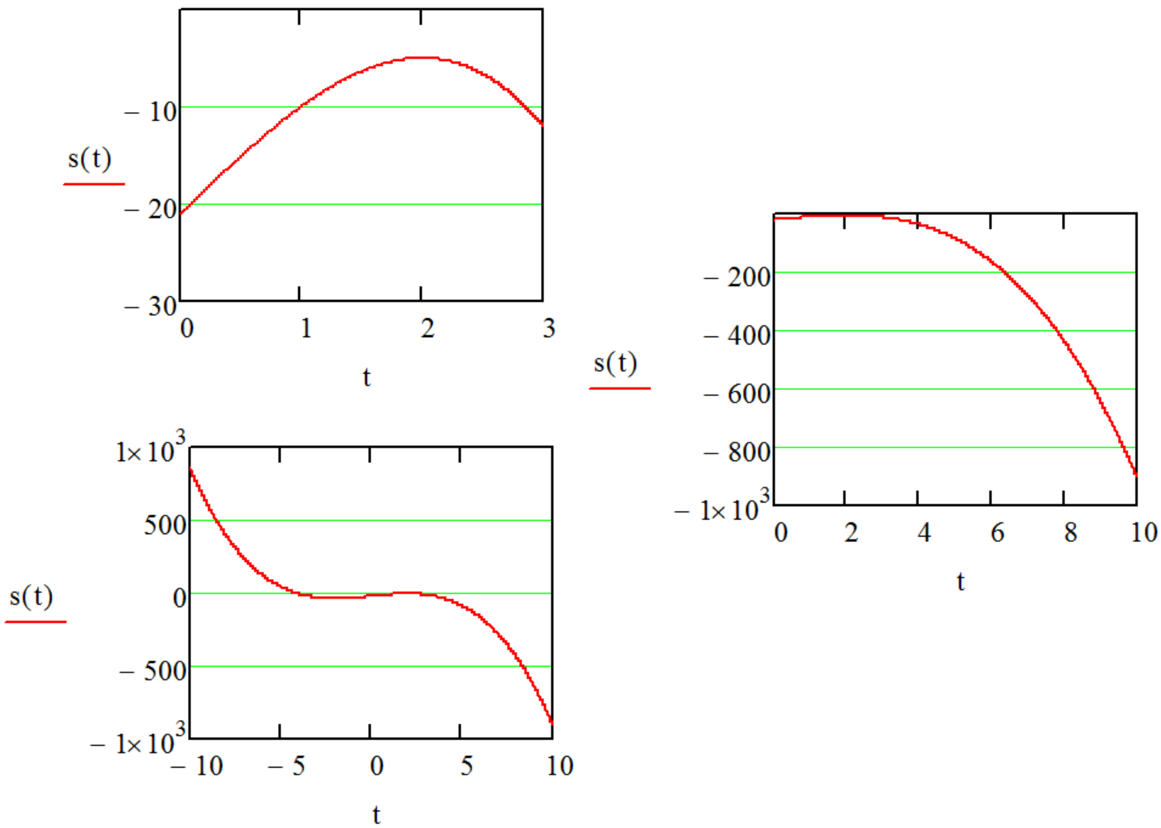
$$s|_{-10}^{s} = 12t - t^3|_1^t$$

$$s - (-10) = (12t - t^3) - (12 - 1)$$

$$s + 10 = 12t - t^3 - 11$$

$$\boxed{s = 12t - t^3 - 21}$$

$$s(t) := 12t - t^3 - 21$$

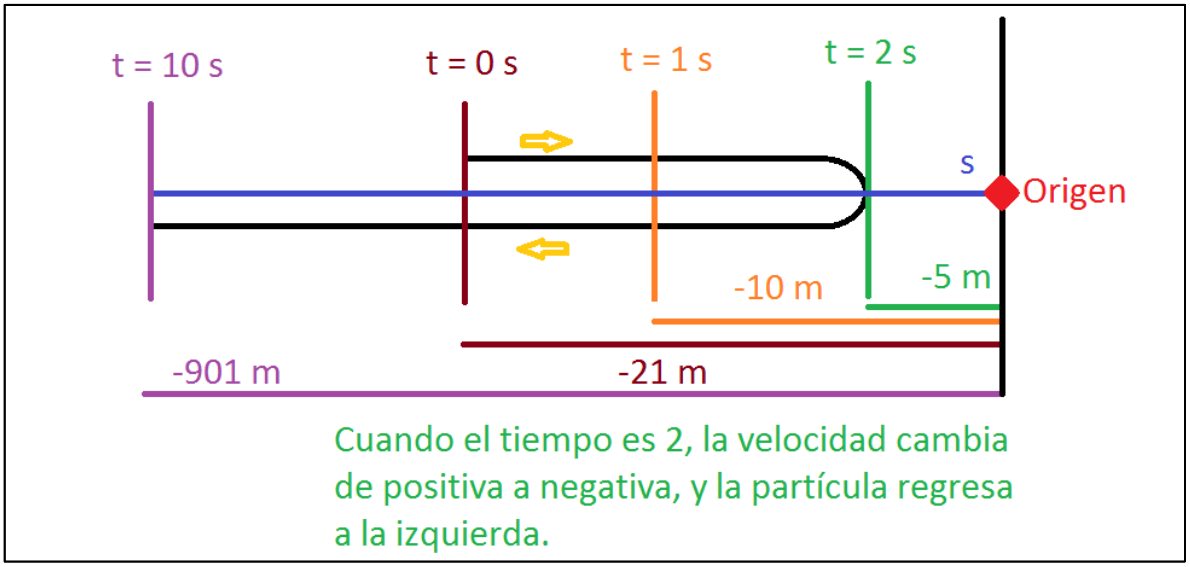


$$s_{t=0\,s} = -21\,m$$

$$s_{t=10\,s} = 12(10\,s) - (10\,s)^3 - 21 = 120 - 1000 - 21 = -901\,m$$

$$\Delta s = -901 - (-21) = -880\,m$$

Distancia total recorrida de 0 a $10\,s$



- De 0 a $2\ s$, la velocidad es positiva:

$$v_{0\ s} = (12 - 3t^2) = 12\ m/s$$

$$v_{2\ s} = (12 - 3(2)^2) = 0\ m/s$$

$$s = 12t - t^3 - 21$$

$$s_{2\ s} = 12(2) - 2^3 - 21 = -5\ m$$

$$s_{Total} = (21 - 5) + (901 - 5) = 912\ m$$

12-4 Una partícula viaja a lo largo de una línea recta con aceleración constante. Cuando $s = 4\ ft$, $v = 3\ ft/s$; y cuando $s = 10\ ft$, $v = 8\ ft/s$. Halle la velocidad como función de la posición.

$$v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$$

$$8^2 = 3^2 + 2a_c(10 - 4)$$

$$64 = 9 + 12a_c$$

$$a_c = 55/12 = 4.583\ ft/s^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a_c(s - s_0)$$

$$v^2 = 3^2 + 2(4.583)(s - 4)$$

$$v = \sqrt{9.17s - 36.66 + 9} = \sqrt{9.17s - 27.66}\ ft/s$$

$$v(s) = \sqrt{9.17s - 27.66}\ ft/s$$

12-5 La velocidad de una partícula que viaja en línea recta está dada por $v = (6t - 3t^2)\ m/s$ donde t está en segundos. Si $s = 0$ cuando $t = 0$, determine la desaceleración de la partícula y la posición cuando $t = 3\ s$. ¿Cuán lejos habrá la partícula viajado durante el intervalo de $3\ s$, y cuál es su velocidad promedio?

$$v = 6t - 3t^2$$

$$a = \frac{d}{dt}v = \frac{d}{dt}(6t - 3t^2) = 6 - 6t$$

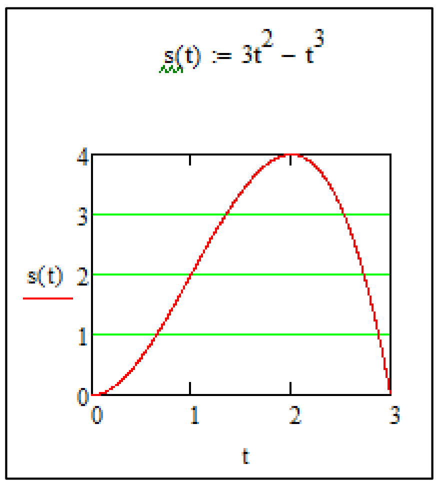
$$a_{t=3\ s} = 6 - 6(3\ s) = -12\ m/s^2$$

$$v = ds/dt$$

$$ds = v\ dt$$

$$\int_0^s ds = \int_0^t v\ dt = \int_0^t (6t - 3t^2)\ dt$$

$$s = 3t^2 - t^3$$



$$s_{t=3\ s} = 3(3)^2 - (3)^3 = 27 - 27 = 0\ m$$

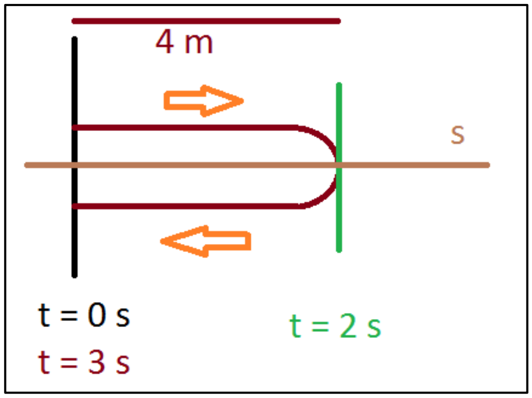
Observe que al tiempo de $2\ s$, la velocidad es cero. Para tiempos mayores, la velocidad será negativa. A los $2\ s$,

$$s_{t=2\ s} = 3t^2 - t^3 = 3(2)^2 - 2^3 = 12 - 8 = 4\ m$$

Consecuentemente, la distancia total recorrida es de:

$$s_{Total} = 4_{de\ 0\ a\ 2\ s} + 4_{de\ 2\ a\ 3\ s} = 8\ m$$

$$rapidez_{prom} = \frac{s_{Total}}{t} = \frac{8\ m}{3\ s} = 2.67\ m/s$$


4 m
s
t = 0 s
t = 3 s
t = 2 s