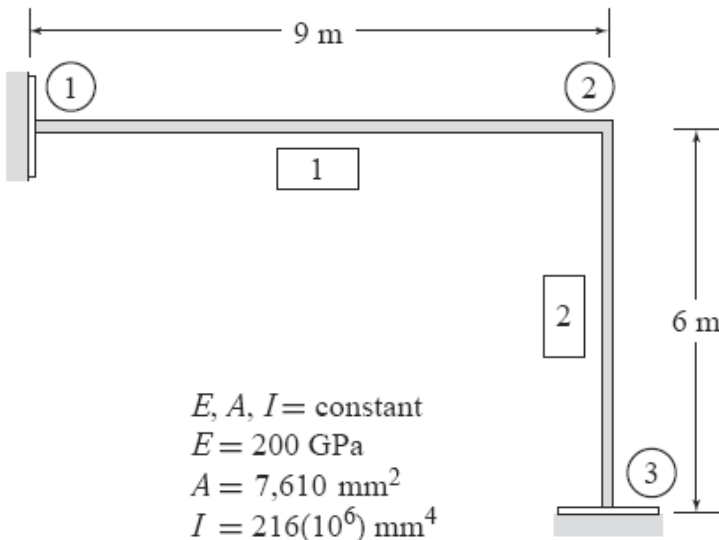
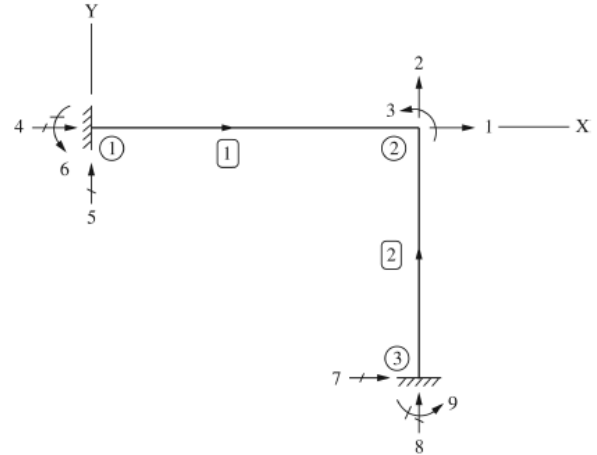


## Problema con Asentamientos

Encuentre los desplazamientos de los nodos, fuerzas en los extremos locales de los miembros y reacciones en los apoyos para el marco plano mostrado en la figura, si su apoyo derecho se asienta 25 mm.



$$\begin{aligned} E, A, I &= \text{constant} \\ E &= 200 \text{ GPa} \\ A &= 7,610 \text{ mm}^2 \\ I &= 216(10^6) \text{ mm}^4 \end{aligned}$$



$$E := \begin{bmatrix} 200 \cdot 10^6 \\ 200 \cdot 10^6 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad A := \begin{bmatrix} 7610 \\ 1000^2 \\ 7610 \\ 1000^2 \end{bmatrix} \text{m}^2 \quad I := \begin{bmatrix} 216 \cdot 10^6 \\ 1000^4 \\ 216 \cdot 10^6 \\ 1000^4 \end{bmatrix} \text{m}^4$$

$$L := \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \end{bmatrix} \text{m} \quad x := \begin{bmatrix} 0 & 9 \\ 9 & 9 \end{bmatrix} \text{m} \quad y := \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \text{m}$$

☐ Fórmulas

$$k(n) := \frac{E_n \cdot I_n}{L_n^3} \cdot \begin{bmatrix} \frac{A_n \cdot (L_n)^2}{I_n} & 0 & 0 & -\frac{A_n \cdot (L_n)^2}{I_n} & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6 \cdot L_n & 0 & -12 & 6 \cdot L_n \\ 0 & 6 \cdot L_n & 4 \cdot L_n^2 & 0 & -6 \cdot L_n & 2 \cdot L_n^2 \\ -\frac{A_n \cdot (L_n)^2}{I_n} & 0 & 0 & \frac{A_n \cdot (L_n)^2}{I_n} & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6 \cdot L_n & 0 & 12 & -6 \cdot L_n \\ 0 & 6 \cdot L_n & 2 \cdot L_n^2 & 0 & -6 \cdot L_n & 4 \cdot L_n^2 \end{bmatrix}$$

$$\text{seno}(n) := \frac{y_{n2} - y_{n1}}{L_n}$$

$$\text{coseno}(n) := \frac{x_{n2} - x_{n1}}{L_n}$$

$$T(n) := \begin{bmatrix} \text{coseno}(n) & \text{seno}(n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\text{seno}(n) & \text{coseno}(n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \text{coseno}(n) & \text{seno}(n) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\text{seno}(n) & \text{coseno}(n) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K(n) := T(n)^T \cdot k(n) \cdot T(n)$$

Matrices de rigidez de barra en el SCL y SCG

$$k_1 := k(1) = \begin{bmatrix} 1.6911 \cdot 10^5 & 0 & 0 & -1.6911 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 711.1111 & 3200 & 0 & -711.1111 & 3200 \\ 0 & 3200 & 19200 & 0 & -3200 & 9600 \\ -1.6911 \cdot 10^5 & 0 & 0 & 1.6911 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & -711.1111 & -3200 & 0 & 711.1111 & -3200 \\ 0 & 3200 & 9600 & 0 & -3200 & 19200 \end{bmatrix}$$

[ 4 5 6 1 2 3 ]

$$K_1 := K(1) = \begin{bmatrix} 1.6911 \cdot 10^5 & 0 & 0 & -1.6911 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 711.1111 & 3200 & 0 & -711.1111 & 3200 \\ 0 & 3200 & 19200 & 0 & -3200 & 9600 \\ -1.6911 \cdot 10^5 & 0 & 0 & 1.6911 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & -711.1111 & -3200 & 0 & 711.1111 & -3200 \\ 0 & 3200 & 9600 & 0 & -3200 & 19200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$k_2 := k(2) = \begin{bmatrix} 2.5367 \cdot 10^5 & 0 & 0 & -2.5367 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 2400 & 7200 & 0 & -2400 & 7200 \\ 0 & 7200 & 28800 & 0 & -7200 & 14400 \\ -2.5367 \cdot 10^5 & 0 & 0 & 2.5367 \cdot 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & -2400 & -7200 & 0 & 2400 & -7200 \\ 0 & 7200 & 14400 & 0 & -7200 & 28800 \end{bmatrix}$$

[ 7 8 9 1 2 3 ]

$$K_2 := K(2) = \begin{bmatrix} 2400 & 0 & -7200 & -2400 & 0 & -7200 \\ 0 & 2.5367 \cdot 10^5 & 0 & 0 & -2.5367 \cdot 10^5 & 0 \\ -7200 & 0 & 28800 & 7200 & 0 & 14400 \\ -2400 & 0 & 7200 & 2400 & 0 & 7200 \\ 0 & -2.5367 \cdot 10^5 & 0 & 0 & 2.5367 \cdot 10^5 & 0 \\ -7200 & 0 & 14400 & 7200 & 0 & 28800 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Matriz de rigidez global del sistema

$$S := \begin{bmatrix} K_1 & & & & & \\ & K_2 & & & & \\ & & K_1 & & & \\ & & & K_2 & & \\ & & & & K_1 & \\ & & & & & K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7151 \cdot 10^5 & 0 & 7200 \\ 0 & 2.5438 \cdot 10^5 & -3200 \\ 7200 & -3200 & 48000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Vector de fuerzas de extremo fijo debidas al asentamiento

Miembro 2

$$v_{fs2} := \begin{bmatrix} 0 \\ -0.025 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad F_{fs2} := K_2 \cdot v_{fs2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -6341.6667 \\ 0 \\ 0 \\ 6341.6667 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$P_f := \begin{bmatrix} F_{fs2\ 4} \\ F_{fs2\ 5} \\ F_{fs2\ 6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6341.6667 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad P := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Solución del sistema de ecuaciones

$$d := S^{-1} \cdot (P - P_f) = \begin{bmatrix} 7.0272 \cdot 10^{-5} \\ -0.025 \\ -0.0017 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Fuerzas y desplazamientos en los extremos de los miembros

$$v_1 := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 7.0272 \cdot 10^{-5} \\ -0.025 \\ -0.0017 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad u_1 := T(1) \cdot v_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 7.0272 \cdot 10^{-5} \\ -0.025 \\ -0.0017 \end{bmatrix}$$

$$Q_{f1} := 0$$

$$F_{f1} := 0$$

$$Q_1 := k_1 \cdot u_1 + Q_{f1} = \begin{bmatrix} -11.8838 \\ 12.3864 \\ 63.7738 \\ 11.8838 \\ -12.3864 \\ 47.7039 \end{bmatrix} \quad F_1 := K_1 \cdot v_1 + F_{f1} = \begin{bmatrix} -11.8838 \\ 12.3864 \\ 63.7738 \\ 11.8838 \\ -12.3864 \\ 47.7039 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$v_2 := \begin{bmatrix} 0 \\ v_{fs2\ 2} \\ 0 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.025 \\ 0 \\ 7.0272 \cdot 10^{-5} \\ -0.025 \\ -0.0017 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad u_2 := T(2) \cdot v_2 = \begin{bmatrix} -0.025 \\ 0 \\ 0 \\ -0.025 \\ -7.0272 \cdot 10^{-5} \\ -0.0017 \end{bmatrix}$$

$$Q_{f2} := 0$$

$$F_{f2} := 0$$

$$Q_2 := k_2 \cdot u_2 + Q_{f2} = \begin{bmatrix} -12.3864 \\ -11.8838 \\ -23.599 \\ 12.3864 \\ 11.8838 \\ -47.7039 \end{bmatrix} \quad F_2 := K_2 \cdot v_2 + F_{f2} = \begin{bmatrix} 11.8838 \\ -12.3864 \\ -23.599 \\ -11.8838 \\ 12.3864 \\ -47.7039 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

## Reacciones

$$R := \begin{bmatrix} F_{1\ 1} \\ F_{1\ 2} \\ F_{1\ 3} \\ F_{2\ 1} \\ F_{2\ 2} \\ F_{2\ 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11.8838 \\ 12.3864 \\ 63.7738 \\ 11.8838 \\ -12.3864 \\ -23.599 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix}$$

