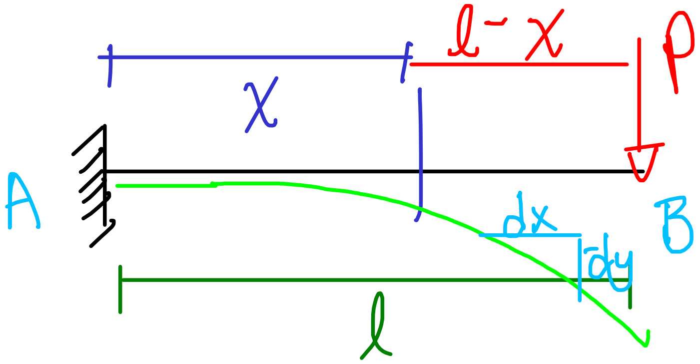
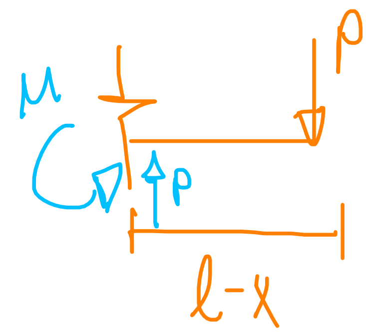


Para la viga en voladizo, establezca las ecuaciones de la pendiente y la deflexión por el método de la doble integración.

También, determine la magnitud de la pendiente teta.b y la deflexión delta.b en la punta del voladizo. EI es constante.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$



$$M = P(l-x)$$

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -P(l-x) \rightarrow \int \rightarrow EI\underbrace{\frac{dy}{dx}}_{=\theta} = -Plx + \frac{Px^2}{2} + C_1 \quad (1)$$

$$\int \hookrightarrow EIy = -\frac{Plx^2}{2} + \frac{Px^3}{6} + C_1x + C_2 \quad (2)$$

Si $x=0 \rightarrow \theta = 0$, $y = 0$

Sustituyendo $x=0, y=0$ en (2)

$$EI(0) = 0+0+0+C_2$$

$$\hookrightarrow C_2 = 0.$$

Sustituyendo $x=0, \theta=0$ en (1)

$$EI(0) = 0+0+C_1$$

$$\hookrightarrow C_1 = 0$$

Ecuaciones definitivas:

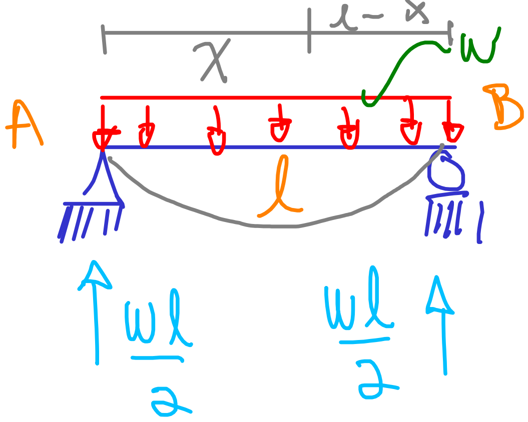
$$\theta = -\frac{Plx}{EI} + \frac{Px^2}{2EI}$$

$$y = -\frac{Plx^2}{2EI} + \frac{Px^3}{6EI}$$

Si $x = l$

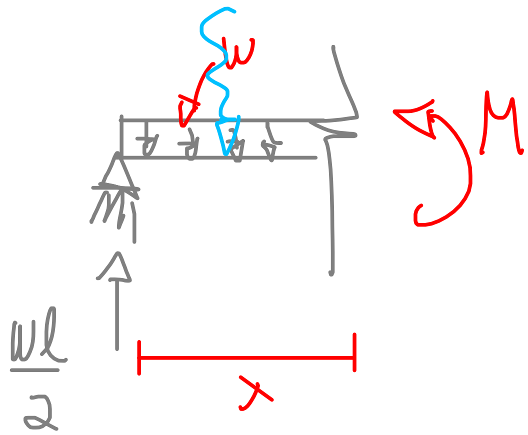
$$\theta = -Pl^2/2EI$$

$$y = -Pl^3/3EI$$



Empleando el método de la doble integración, establezca las ecuaciones para la pendiente y la deflexión para la viga uniformemente cargada.

Evalúe la deflexión al centro del claro y la pendiente en el apoyo A. EI es constante.



$$M = \frac{wl}{2}(x) - wx\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$M = \frac{wlx}{2} - \frac{wx^2}{2}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

$$EI\frac{dy}{dx} = \int M = \frac{wlx^2}{4} - \frac{wx^3}{6} + C_1 \qquad (1)$$

$$EIy = \iint M = \frac{wlx^3}{12} - \frac{wx^4}{24} + C_1x + C_2 \qquad (2)$$

Si $x=0 \rightarrow y=0$. Sustituyendo en (2)

$\hookrightarrow 0 = 0 - 0 + 0 + C_2$

$$C_2 = 0.$$

Si $x = l$, $y = 0$. Sustituyendo en (2)

$$0 = \frac{wl^4}{12} - \frac{wl^4}{24} + C_1 l + 0$$

$\hookrightarrow C_1 = -\frac{1}{24}wl^3$

Deflexión al centro del claro $x = \ell/2$ (ec. 2)

$$\hookrightarrow EI\,y = \frac{w\ell^4}{12 \cdot 8} - \frac{w\ell^4}{16 \cdot 24} - \frac{w\ell^4}{24 \cdot 2}$$

$$y = -\frac{5 w \ell^4}{384 EI}$$

Rotación en A (ec. 1)

$$EI \frac{dy}{dx} = \int M = \frac{w\ell x^2}{4} - \frac{w x^3}{6} + C_1$$

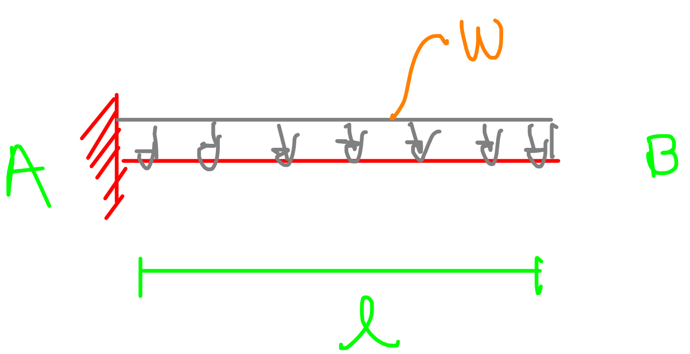
$$\frac{dy}{dx} = \theta$$

$$x = 0$$

$$C_1 = -\frac{w\ell^3}{24}$$

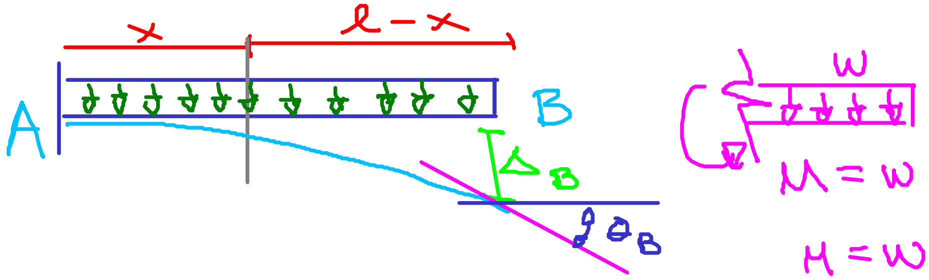
$$EI\,\theta = 0 - 0 - \frac{w\ell^3}{24}$$

$$\theta_A = -\frac{w\ell^3}{24EI}$$



Encuentre las expresiones para la pendiente y la deflexión para la viga mostrada.

Compare la deflexión en B con la deflexión al centro del claro.



$$M = w(\ell - x)\left(\frac{\ell - x}{2}\right)$$

$$M = \frac{w(\ell - x)^2}{2}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{M}{EI}=-\frac{w(l-x)^2}{2EI}=-\frac{w(l^2-2xl+x^2)}{2EI}$$

$$2EI\frac{d^2y}{dx^2}=-wl^2+2wxl-wx^2$$

$$\int\rightarrow 2EI\frac{dy}{dx}=-wl^2x+wx^2l-\frac{wx^3}{3}+\cancel{C_1}=\theta \qquad \text{Ec. } (1)$$

$$\int\rightarrow 2EIy=-\frac{wl^2x^2}{2}+\frac{wx^3l}{3}-\frac{wx^4}{12}+\cancel{C_1x}+\cancel{C_2}=y \qquad (2)$$

Cuando $x=0$, $\theta=0$. En la ec 1:

$$0=0+0+0+C_1\rightarrow C_1=0$$

cuando $x=0$, $y=0$. En la ec 2:

$$0=0+0-0+C_2\rightarrow C_2=0$$

Entonces: si $x=l$, en la ec. 1, se obtiene la pendiente en B

$$\theta_B=\frac{1}{2EI}\left(-wl^2l+wl^2l-\frac{wl^3}{3}\right)=\frac{1}{2EI}\left(-1+1-\frac{1}{3}\right)wl^3$$

$$\theta_B=-\frac{wl^3}{6EI}\Longleftarrow$$

Si $x=l$, en la ec. 2, se obtiene la deflexion en B

$$\Delta_B=\frac{1}{2EI}\left(-\frac{wl^2l^2}{2}+\frac{wl^3l}{3}-\frac{wl^4}{12}\right)=\frac{1}{2EI}\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{12}\right)wl^4$$

$$\Delta_B=\frac{1}{2EI}\left(-\frac{1}{4}\right)wl^4=-\frac{wl^4}{8EI}\Longleftarrow$$

Deflexion al centro del claro

Si $x=l/2$, en la ec. 2,

$$\Delta_{centro}=\frac{1}{2EI}\left(-\frac{wl^2l^2}{2\cdot4}+\frac{wl^3l}{3\cdot8}-\frac{wl^4}{12\cdot16}\right)$$

$$=\frac{1}{2EI}\left(-\frac{1}{8}+\frac{1}{24}-\frac{1}{192}\right)wl^4=\frac{-17wl^4}{384EI}$$

Comparando:

$$\frac{\Delta_{centro}}{\Delta_B}=\frac{17/384}{1/8}$$

$=35\%$ de la deflexion total