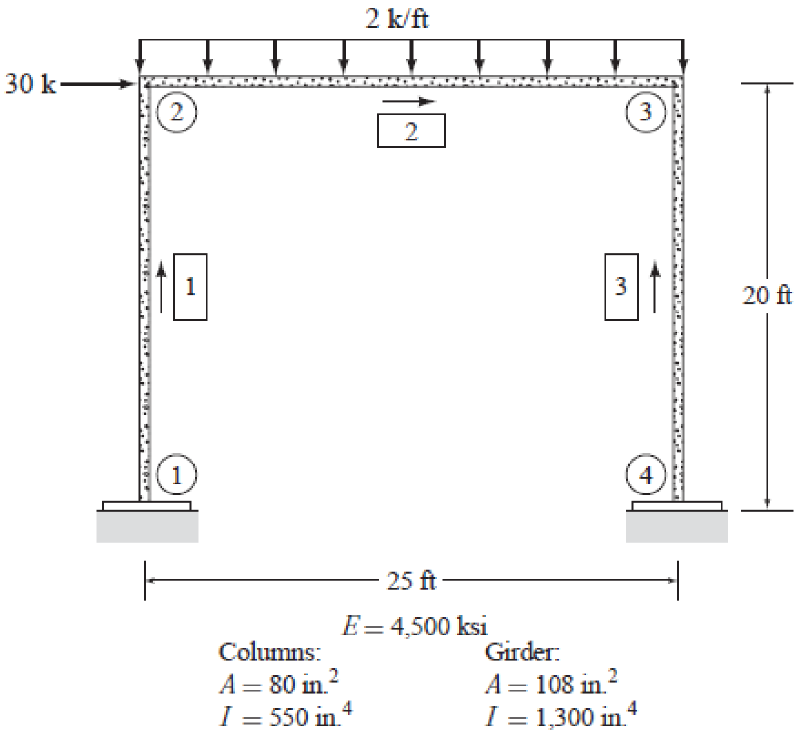
CON ASENTAMIENTOS
7.24



Ejercicio

Determine los desplazamientos de los nodos, las fuerzas locales en los extremos de los miembros y las reacciones para el marco plano mostrado en la figura, debido al efecto combinado de lo siguiente: (a) la carga mostrada la figura; (b) una rotación a favor del reloj de 0.017 radianes en el apoyo de la izquierda; (c) un asentamiento de 3/4 in en el apoyo de la derecha.

Emplee el Método Matricial de las Rigideces.

Número de grados de libertad: 6
Número de grados restringidos: 6

Unidades: kips y pulgadas.

0. Información de entrada

0.1 Geometría

$$A := \begin{bmatrix} 80 \\ 108 \\ 80 \end{bmatrix} in^2 \qquad E := \begin{bmatrix} 4500 \\ 4500 \\ 4500 \end{bmatrix} ksi \qquad I := \begin{bmatrix} 550 \\ 1300 \\ 550 \end{bmatrix} in^4 \qquad x := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 25\cdot 12 \\ 25\cdot 12 & 25\cdot 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 300 \\ 300 & 300 \end{bmatrix} in$$

$$y := \begin{bmatrix} 0 & 20\cdot 12 \\ 20\cdot 12 & 20\cdot 12 \\ 0 & 20\cdot 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 240 \\ 240 & 240 \\ 0 & 240 \end{bmatrix} in \qquad L := \begin{bmatrix} 20\cdot 12 \\ 25\cdot 12 \\ 20\cdot 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 240 \\ 300 \\ 240 \end{bmatrix} in$$

0.2 Cargas

$$\frac{2\frac{kip}{ft}\cdot(25\,ft)^2}{12} = 1250\,kip\,in$$

$$N := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} kip \qquad V := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{2\cdot 25}{2} & \frac{2\cdot 25}{2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 25 & 25 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} kip \qquad M := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2\cdot 25^2 & -2\cdot 25^2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1250 & -1250 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} kip\,in$$

0.3 Fórmulas

Fórmulas

$$k(n) := \frac{E_n \cdot I_n}{L_n^3} \cdot \begin{bmatrix} \frac{A_n\cdot(L_n)^2}{I_n} & 0 & 0 & -\frac{A_n\cdot(L_n)^2}{I_n} & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6\cdot L_n & 0 & -12 & 6\cdot L_n \\ 0 & 6\cdot L_n & 4\cdot(L_n)^2 & 0 & -6\cdot L_n & 2\cdot(L_n)^2 \\ -\frac{A_n\cdot(L_n)^2}{I_n} & 0 & 0 & \frac{A_n\cdot(L_n)^2}{I_n} & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6\cdot L_n & 0 & 12 & -6\cdot L_n \\ 0 & 6\cdot L_n & 2\cdot(L_n)^2 & 0 & -6\cdot L_n & 4\cdot(L_n)^2 \end{bmatrix} \qquad Q_f(n) := \begin{bmatrix} N_{n\,1} \\ V_{n\,1} \\ M_{n\,1} \\ N_{n\,2} \\ V_{n\,2} \\ M_{n\,2} \end{bmatrix}$$

$$T(n):=\begin{bmatrix} coseno(n) & seno(n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -seno(n) & coseno(n) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & coseno(n) & seno(n) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -seno(n) & coseno(n) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$seno(n):=\frac{y_{n\,2}-y_{n\,1}}{L_n}$$

$$coseno(n):=\frac{x_{n\,2}-x_{n\,1}}{L_n}$$

$$K(n):=T(n)^T\cdot k(n)\cdot T(n) \qquad F_f(n):=T(n)^{-1}\cdot Q_f(n)$$

---

1. Matrices de rigidez de las barras Problema 6.11 Problema 6.28 Problema 6.20

$$k_1:=k(1)=\begin{bmatrix} 1500 & 0 & 0 & -1500 & 0 & 0 \\ 0 & 2.1484 & 257.8125 & 0 & -2.1484 & 257.8125 \\ 0 & 257.8125 & 41250 & 0 & -257.8125 & 20625 \\ -1500 & 0 & 0 & 1500 & 0 & 0 \\ 0 & -2.1484 & -257.8125 & 0 & 2.1484 & -257.8125 \\ 0 & 257.8125 & 20625 & 0 & -257.8125 & 41250 \end{bmatrix}$$

$$T_1:=T(1)=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$K_1:=K(1)=\begin{bmatrix} 2.1484 & 0 & -257.8125 & -2.1484 & 0 & -257.8125 \\ 0 & 1500 & 0 & 0 & -1500 & 0 \\ -257.8125 & 0 & 41250 & 257.8125 & 0 & 20625 \\ -2.1484 & 0 & 257.8125 & 2.1484 & 0 & 257.8125 \\ 0 & -1500 & 0 & 0 & 1500 & 0 \\ -257.8125 & 0 & 20625 & 257.8125 & 0 & 41250 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$k_2:=k(2)=\begin{bmatrix} 1620 & 0 & 0 & -1620 & 0 & 0 \\ 0 & 2.6 & 390 & 0 & -2.6 & 390 \\ 0 & 390 & 78000 & 0 & -390 & 39000 \\ -1620 & 0 & 0 & 1620 & 0 & 0 \\ 0 & -2.6 & -390 & 0 & 2.6 & -390 \\ 0 & 390 & 39000 & 0 & -390 & 78000 \end{bmatrix}$$

$$T_2:=T(2)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$K_2:=K(2)=\begin{bmatrix} 1620 & 0 & 0 & -1620 & 0 & 0 \\ 0 & 2.6 & 390 & 0 & -2.6 & 390 \\ 0 & 390 & 78000 & 0 & -390 & 39000 \\ -1620 & 0 & 0 & 1620 & 0 & 0 \\ 0 & -2.6 & -390 & 0 & 2.6 & -390 \\ 0 & 390 & 39000 & 0 & -390 & 78000 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$k_3:=k(3)=\begin{bmatrix} 1500 & 0 & 0 & -1500 & 0 & 0 \\ 0 & 2.1484 & 257.8125 & 0 & -2.1484 & 257.8125 \\ 0 & 257.8125 & 41250 & 0 & -257.8125 & 20625 \\ -1500 & 0 & 0 & 1500 & 0 & 0 \\ 0 & -2.1484 & -257.8125 & 0 & 2.1484 & -257.8125 \\ 0 & 257.8125 & 20625 & 0 & -257.8125 & 41250 \end{bmatrix}$$

$$T_3:=T(3)=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 11 & 12 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$K_3:=K(3)=\begin{bmatrix} 2.1484 & 0 & -257.8125 & -2.1484 & 0 & -257.8125 \\ 0 & 1500 & 0 & 0 & -1500 & 0 \\ -257.8125 & 0 & 41250 & 257.8125 & 0 & 20625 \\ -2.1484 & 0 & 257.8125 & 2.1484 & 0 & 257.8125 \\ 0 & -1500 & 0 & 0 & 1500 & 0 \\ -257.8125 & 0 & 20625 & 257.8125 & 0 & 41250 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

2. Matriz de rigidez global del sistema   Problema 6.48

$$S := \begin{bmatrix} K_{1_{4\,4}} + K_{2_{1\,1}} & K_{1_{4\,5}} + K_{2_{1\,2}} & K_{1_{4\,6}} + K_{2_{1\,3}} & K_{2_{1\,4}} & K_{2_{1\,5}} & K_{2_{1\,6}} \\ K_{1_{5\,4}} + K_{2_{2\,1}} & K_{1_{5\,5}} + K_{2_{2\,2}} & K_{1_{5\,6}} + K_{2_{2\,3}} & K_{2_{2\,4}} & K_{2_{2\,5}} & K_{2_{2\,6}} \\ K_{1_{6\,4}} + K_{2_{3\,1}} & K_{1_{6\,5}} + K_{2_{3\,2}} & K_{1_{6\,6}} + K_{2_{3\,3}} & K_{2_{3\,4}} & K_{2_{3\,5}} & K_{2_{3\,6}} \\ K_{2_{4\,1}} & K_{2_{4\,2}} & K_{2_{4\,3}} & K_{2_{4\,4}} + K_{3_{4\,4}} & K_{2_{4\,5}} + K_{3_{4\,5}} & K_{2_{4\,6}} + K_{3_{4\,6}} \\ K_{2_{5\,1}} & K_{2_{5\,2}} & K_{2_{5\,3}} & K_{2_{5\,4}} + K_{3_{5\,4}} & K_{2_{5\,5}} + K_{3_{5\,5}} & K_{2_{5\,6}} + K_{3_{5\,6}} \\ K_{2_{6\,1}} & K_{2_{6\,2}} & K_{2_{6\,3}} & K_{2_{6\,4}} + K_{3_{6\,4}} & K_{2_{6\,5}} + K_{3_{6\,5}} & K_{2_{6\,6}} + K_{3_{6\,6}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 1622.1484 & 0 & 257.8125 & -1620 & 0 & 0 \\ 0 & 1502.6 & 390 & 0 & -2.6 & 390 \\ 257.8125 & 390 & 1.1925 \cdot 10^{5} & 0 & -390 & 39000 \\ -1620 & 0 & 0 & 1622.1484 & 0 & 257.8125 \\ 0 & -2.6 & -390 & 0 & 1502.6 & -390 \\ 0 & 390 & 39000 & 257.8125 & -390 & 1.1925 \cdot 10^{5} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

3. Vectores de fuerzas de cada barra   Problema 6.11   Problema 7.24

$$Q_{f1} := Q_f(1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad F_{f1} := F_f(1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad v_{fs1} := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.017 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad F_{fs1} := K_1 \cdot v_{fs1} = \begin{bmatrix} 4.3828 \\ 0 \\ -701.25 \\ -4.3828 \\ 0 \\ -350.625 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$Q_{f2} := Q_f(2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 25 \\ 1250 \\ 0 \\ 25 \\ -1250 \end{bmatrix} \quad F_{f2} := F_f(2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 25 \\ 1250 \\ 0 \\ 25 \\ -1250 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$Q_{f3} := Q_f(3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad F_{f3} := F_f(3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} \quad v_{fs3} := \begin{bmatrix} 0 \\ -0.75 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} \quad F_{fs3} := K_3 \cdot v_{fs3} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1125 \\ 0 \\ 0 \\ 1125 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

4. Vector de fuerzas de extremo fijo y vector de fuerzas nodales   Problema 6.48

Problema 7.24

$$P_f := \begin{bmatrix} F_{f1_4} + F_{f2_1} + F_{fs1_4} \\ F_{f1_5} + F_{f2_2} + F_{fs1_5} \\ F_{f1_6} + F_{f2_3} + F_{fs1_6} \\ F_{f3_4} + F_{f2_4} + F_{fs3_4} \\ F_{f3_5} + F_{f2_5} + F_{fs3_5} \\ F_{f3_6} + F_{f2_6} + F_{fs3_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.3828 \\ 25 \\ 899.375 \\ 0 \\ 1150 \\ -1250 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} \qquad P := \begin{bmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

De aquí en adelante todo varía respecto al problema 6.48.

5. Solución del sistema

$$d := S^{-1} \cdot \left(P - P_f\right) = \begin{bmatrix} 10.0687 \\ -0.0091 \\ -0.0306 \\ 10.056 \\ -0.7743 \\ -0.0038 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

6. Fuerzas en los extremos de los miembros y sus desplazamientos Problema 7.24

$$v_1 := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{fs1_3} \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.017 \\ 10.0687 \\ -0.0091 \\ -0.0306 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \qquad u_1 := T(1) \cdot v_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.017 \\ -0.0091 \\ -10.0687 \\ -0.0306 \end{bmatrix}$$

$$Q_1 := k_1 \cdot u_1 + Q_{f1} = \begin{bmatrix} 13.5961 \\ 9.3644 \\ 1263.8102 \\ -13.5961 \\ -9.3644 \\ 983.6561 \end{bmatrix} \qquad F_1 := K_1 \cdot v_1 + F_{f1} = \begin{bmatrix} -9.3644 \\ 13.5961 \\ 1263.8102 \\ 9.3644 \\ -13.5961 \\ 983.6561 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$v_2 := \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10.0687 \\ -0.0091 \\ -0.0306 \\ 10.056 \\ -0.7743 \\ -0.0038 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} \qquad u_2 := T(2) \cdot v_2 = \begin{bmatrix} 10.0687 \\ -0.0091 \\ -0.0306 \\ 10.056 \\ -0.7743 \\ -0.0038 \end{bmatrix}$$

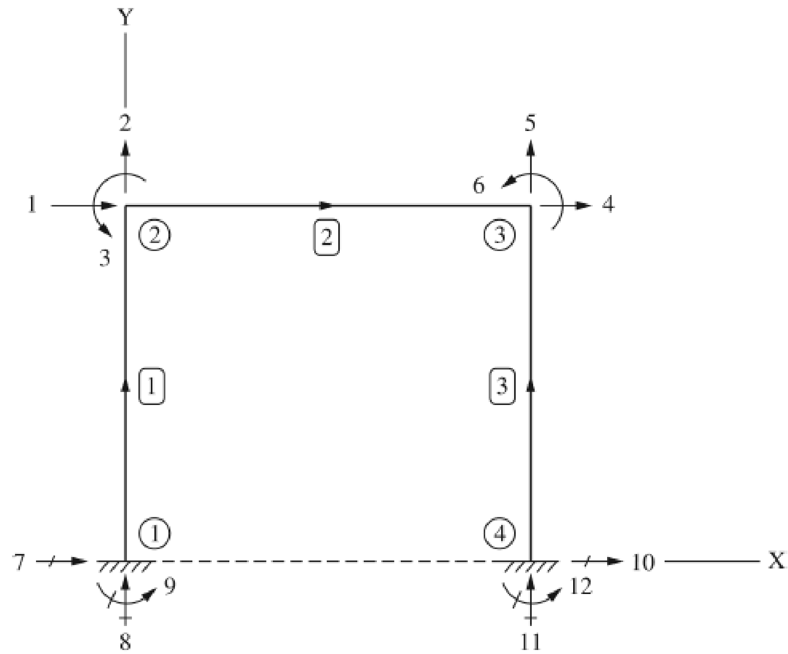
$$Q_2 := k_2 \cdot u_2 + Q_{f2} = \begin{bmatrix} 20.6356 \\ 13.5961 \\ -983.6561 \\ -20.6356 \\ 36.4039 \\ -2437.504 \end{bmatrix} \qquad F_2 := K_2 \cdot v_2 + F_{f2} = \begin{bmatrix} 20.6356 \\ 13.5961 \\ -983.6561 \\ -20.6356 \\ 36.4039 \\ -2437.504 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

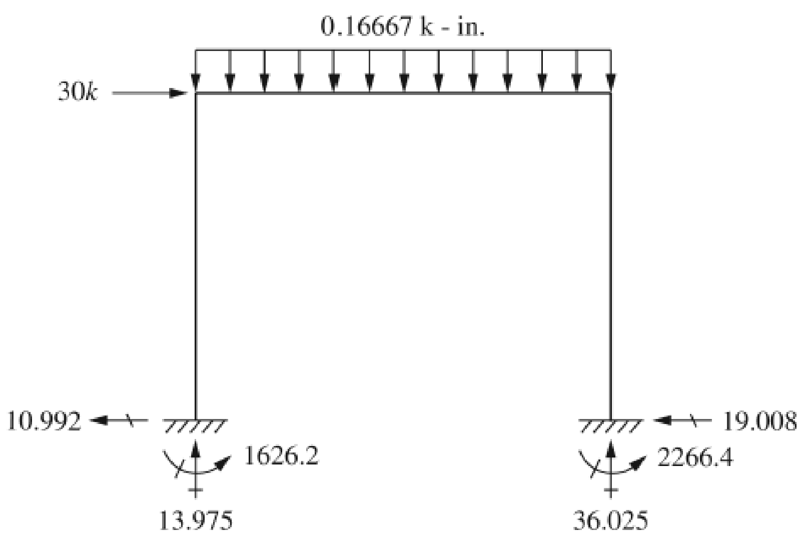
$$v_3 := \begin{bmatrix} 0 \\ v_{fs3_2} \\ 0 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.75 \\ 0 \\ 10.056 \\ -0.7743 \\ -0.0038 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} \qquad u_3 := T(3) \cdot v_3 = \begin{bmatrix} -0.75 \\ 0 \\ 0 \\ -0.7743 \\ -10.056 \\ -0.0038 \end{bmatrix}$$

$$Q_3 := k_3 \cdot u_3 + Q_{f3} = \begin{bmatrix} 36.4039 \\ 20.6356 \\ 2515.0297 \\ -36.4039 \\ -20.6356 \\ 2437.504 \end{bmatrix} \qquad F_3 := K_3 \cdot v_3 + F_{f3} = \begin{bmatrix} -20.6356 \\ 36.4039 \\ 2515.0297 \\ 20.6356 \\ -36.4039 \\ 2437.504 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

7. Reacciones Problema 7.24

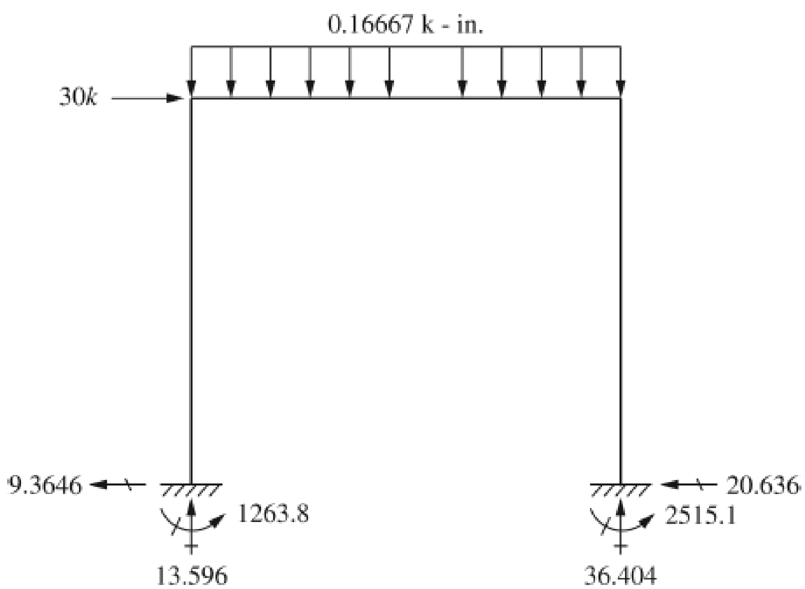
$$R := \begin{bmatrix} F_{1_{1}} \\ F_{1_{2}} \\ F_{1_{3}} \\ F_{3_{1}} \\ F_{3_{2}} \\ F_{3_{3}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9.3644 \\ 13.5961 \\ 1263.8102 \\ -20.6356 \\ 36.4039 \\ 2515.0297 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{bmatrix}$$





Problema 6.48

Sin asentamientos



Problema 7.24

Con asentamientos

En el PDF de este documento se adjunta una imagen en SAP2000 con los diagramas de fuerzas axiales, cortantes y momentos flexionantes así como las reacciones.