Deducciones de Núcleos Centrales Adicionales

Diego Cavazos de Lira

24 de febrero de 2017

Sección de Anillo Circular

Para el caso de una *sección de anillo circular*, con radio exterior R_e y radio interior R_i, tenemos:

$$I = \frac{\pi}{4}\left(R_e^4 - R_i^4\right)$$

Recordando el radio de giro, se puede plantear lo siguiente:

$$k = \sqrt{\frac{I}{A}} \to k^2 = \frac{I}{A} = \frac{\frac{\pi}{4}\left(R_e^4 - R_i^4\right)}{\pi\left(R_e^2 - R_i^2\right)} = \frac{1\left(R_e^2 - R_i^2\right)\left(R_e^2 + R_i^2\right)}{4\left(R_e^2 - R_i^2\right)} = \frac{R_e^2 + R_i^2}{4}$$

Y de la ecuación:

$$-y = \frac{k^2}{e}$$

Con $-y = R_e$ y $e = a$:

$$R_e = \frac{k^2}{a} \to a = \frac{k^2}{R_e} \to a = \frac{R_e^2 + R_i^2}{4R_e}$$

Para $R_i = 0$,

$$a = \frac{R_e^2 + 0}{4R_e} = \frac{R_e}{4}$$

Se consigue la misma expresión que teníamos para hallar el núcleo central de un círculo entero. Por el contrario, cuando R_i se aproxima a R_e, el radio a del núcleo se acerca al valor de $\frac{R_e}{2}$.

Sección Rectangular

Para el caso de una *sección transversal rectangular* (ver figura 1), la línea de esfuerzos cero coincide con el lado cg cuando la carga se aplica en el punto A, a una distancia $b/6$ a partir del centroide. De la misma manera, la línea de esfuerzos cero coincide con el lado gf cuando esta carga se encuentra en el punto B, a una distancia de $h/6$ a partir del centroide. Así como la línea se mueva a lo largo de la línea AB, el eje neutro rota respecto al punto g, sin cortar la sección transversal. Por lo tanto AB es uno de los lados del núcleo. Los demás lados se deducen a partir de la simetría. El núcleo será por lo tanto un rombo con diagonales iguales a $h/3$ y $b/3$. Así como el punto de aplicación de la carga permanezca **dentro** de este rombo, la línea de esfuerzos cero no cortará la sección transversal y no existirán inversiones en el signo de los esfuerzos.

Sección I

Para una Sección I, las posiciones extremas de las líneas de esfuerzos cero, en las que no cortan a la sección transversal, están dadas por los lados AB y CD y las líneas punteadas AC y BD. Las posiciones correspondientes del punto de aplicación de la carga se pueden determinar de la ecuación $-y = k^2/e$. A partir de la simetría, se puede concluir que estos puntos serán las esquinas del rombo mostrado en la figura 2.

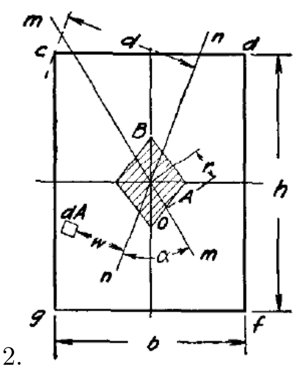

Figura 1: Sección Rectangular.

Problemas

1. Encuentre el núcleo de una viga I estándar de 24 in de peralte, para la cual $A = 23.33\,\text{in}^2$; $I_{zz} = 2,087\,\text{in}^4$; $k_z = 9.46\,\text{in}$; $I_{yy} = 42.9\,\text{in}^4$; $k_y = 1.36\,\text{in}$. El ancho de los patines es $b = 7\,\text{in}$.

2. Encuentre el radio del núcleo de una sección transversal de anillo circular si $R_e = 10\,\text{in}$ y $R_i = 8\,\text{in}$.

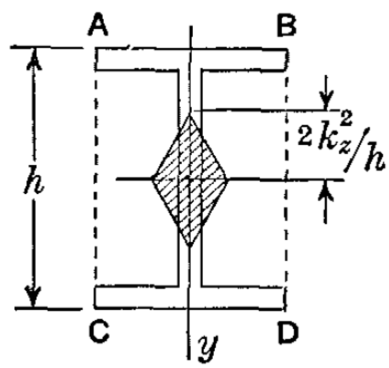

Figura 2: Sección I.

Solución a los Problemas

Problema 1

Dirección vertical

$$2\frac{k_z^2}{h} = 2\frac{(9.46\,\text{in})^2}{24\,\text{in}} = 7.458\,\text{in}$$

Altura del rombo:

$$2\,(7.458\text{ in}) = 14.92\text{ in}$$

Dirección horizontal

$$2\frac{k_y^2}{b} = 2\frac{(1.36\text{ in})^2}{7\text{ in}} = 0.528\text{ in}$$

Anchura del rombo:

$$2\,(0.528\text{ in}) = 1.06\text{ in}$$

Problema 2

$$a = \frac{R_e^2 + R_i^2}{4R_e} = \frac{10^2 + 8^2}{4\,(10)} = 4.1\text{ in}$$