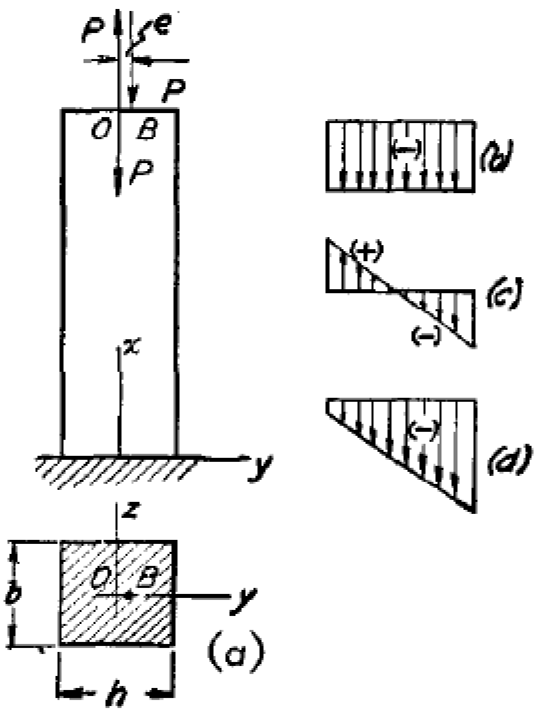
Carga excéntrica de un puntal corto

La carga excéntrica es un caso particular de la combinación de esfuerzos directos y de flexión. Cuando la longitud de la barra no es muy grande en comparación con sus dimensiones laterales, su deflexión (lateral) es tan pequeña que se puede despreciar en comparación con la excentricidad inicial, y se puede aplicar el principio de la superposición.



Tome, por ejemplo, el caso de una fuerza longitudinal *P* aplicada con una excentricidad *e* en uno de los dos ejes principales de la sección transversal. Si colocamos dos fuerzas iguales y opuestas *P* en el centroide *O* de la sección transversal, la condición no se altera porque son equivalentes a cero.

Luego, obtenemos una compresión axial por la fuerza *P* que produce un esfuerzo de compresión directo: -*P/A*, como se muestra en el inciso (b), y flexión en uno de los planos principales por el par *Pe*, produciendo esfuerzos de flexión $-(Pey/I_z)$ como se muestra en el inciso (c).

El esfuerzo total es:

$$\sigma_x = \frac{-P}{A} - \frac{Pey}{I_z}$$

El diagrama de distribución de este esfuerzo total se muestra en el inciso (d). Se asume que el esfuerzo flexionante máximo es menor que el esfuerzo directo, así que existirán esfuerzos de compresión en la totalidad de la sección transversal de la barra.

Si el esfuerzo máximo de flexión es mayor que el esfuerzo directo de compresión, existirá una línea de esfuerzos cero, paralela al eje z, que dividirá a la sección transversal en dos zonas, con esfuerzos de tensión a la izquierda y esfuerzos de compresión a la derecha.

Para una sección rectangular transversal con lados *h* y *b*, la ecuación:

$$\sigma_x = \frac{-P}{A} - \frac{Pey}{I_z}$$

Se vuelve:

$$\sigma_x = \frac{-P}{bh} - \frac{12\,Pey}{bh^3}$$

$$A = bh \qquad I = \frac{bh^3}{12}$$

Si $y=-(h/2)$:

$$(\sigma_x)_{máx}=\frac{-P}{bh}+\frac{12\,Peh}{2\,bh^3}=\frac{-P}{bh}+\frac{6\,Pe}{bh^2}=\frac{P}{bh}\left(-1+\frac{6\,e}{h}\right)$$

Si hubiéramos puesto $y=+(h/2)$:

$$(\sigma_x)_{mín}=\frac{-P}{bh}-\frac{12\,Peh}{2\,bh^3}=\frac{-P}{bh}-\frac{6\,Pe}{bh^2}=\frac{-P}{bh}\left(1+\frac{6\,e}{h}\right)$$

Se puede apreciar que cuando $e<h/6$ no habrá inversiones del signo de esfuerzos a lo largo de la sección transversal. Cuando $e=h/6$, el esfuerzo de compresión máximo a partir de la última ecuación será $\frac{-2\,P}{bh}$, y el esfuerzo en la cara opuesta (a partir de la penúltima ecuación), será cero.

Cuando $e>h/6$, existirá una inversión en el signo de los esfuerzos, y la posición de la línea de esfuerzo cero se obtendrá igualando a cero la expresión general,

$$\sigma_x=\frac{-P}{bh}-\frac{12\,Pey}{bh^3}$$

$$0=\frac{-P}{bh}-\frac{12\,Pey}{bh^3}$$

$$\frac{P}{bh}=\frac{-12\,Pey}{bh^3}$$

$$\frac{Pbh^3}{bh}=-12\,Pey$$

$$Ph^2=-12\,Pey$$

$$y=\frac{-h^2}{12\,e}$$

O, usando la notación k_z para el radio de giro con respecto al eje *z*,

$$I=\frac{bh^3}{3}$$

$$\sigma=\frac{-P}{A}-\frac{Mc}{I}$$

Igualando el esfuerzo a cero:

$$0=\frac{-P}{bh}-\frac{3\,Pey}{bh^3}$$

$$\frac{P}{bh}=\frac{-3\,Pey}{bh^3}$$

$$\frac{Pbh^3}{bh} = -3\,Pey$$

$$\frac{bh^3}{bh} = -3\,ey$$

$$\frac{-1}{bh}\frac{bh^3}{3} = ey$$

Retomando que (Lista de Segundos Momentos de Área):

$$A = bh \qquad I = \frac{bh^3}{3}$$

$$\frac{-I}{A} = ey$$

Pero el radio de giro, *k* es:

$$k = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

Entonces:

$$k^2 = \frac{I}{A}$$

Retomando:

$$-k^2 = ey$$

$$y = \frac{-k^2}{e}$$

Se verá que la distancia de la línea de esfuerzo cero a partir del centroide *O* disminuye así como la excentricidad *e* aumenta. La misma discusión también aplica para el caso de cargas excéntricas a tensión. La última expresión también puede ser utilizada para otras formas de secciones transversales si el punto de aplicación de la carga está en uno de los ejes principales de inercia.

El Núcleo de una Sección

En el artículo anterior se demostró que para una excentricidad pequeña *e*, los esfuerzos normales tienen el mismo signo a lo largo de toda la sección transversal de una barra cargada excéntricamente. Para valores mayores de *e*, la línea de esfuerzo cero corta a la sección transversal y se da una inversión del signo del esfuerzo.

En el caso de un material muy débil a tensión, tal como el concreto o la mampostería, surge la pregunta de cómo hallar la región en la cual la carga de compresión pueda ser aplicada sin producir ningún esfuerzo de tensión en la sección transversal. Esta región se llama *el núcleo de la sección transversal*. El método para determinar el núcleo se ilustra en los siguientes ejemplos sencillos.

Sección Transversal Circular

En el caso de una *sección transversal circular* de radio *R*, podemos concluir, a partir de la simetría, que el núcleo es un círculo. El radio *a* de este círculo se encuentra a partir de la condición de que cuando el punto de aplicación de la carga se encuentra en la frontera del núcleo correspondiente a la línea de esfuerzos cero debe ser tangente a la frontera de la sección transversal. Recordando que el momento de inercia de un círculo respecto a su diámetro es:

$$I=\frac{\pi R^4}{4}$$

Y del hecho de que su radio de giro es:

$$k=\sqrt{\frac{I}{A}}=\sqrt{\frac{\frac{\pi R^4}{4}}{\pi R^2}}=\sqrt{\frac{R^2}{4}}=\frac{R}{2}$$

Encontramos que,

$$y=\frac{-k^2}{e} \qquad -y=\frac{k^2}{e}$$

Intercambiando $e=a$ y $-y=R$

$$R=\frac{k^2}{a}$$

$$a=\frac{k^2}{R}$$

Pero como:

$$k=\frac{R}{2}$$

$$a=\frac{R^2}{4}\frac{1}{R}=\frac{R}{4}$$

Es decir, que el radio del núcleo es un cuarto del radio de la sección transversal.

Fuente:

Strength of Materials: Part I: Elementary Theory and Problems – S. Timoshenko, 3° Edición. D. Van Nostrand Company, Inc. 1955. Artículos 54 y 55, páginas 249 a 258.