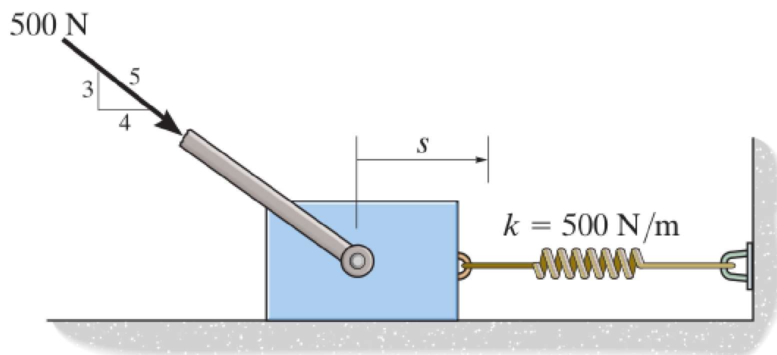
Trabajo y Energía

23 de noviembre de 2017

14-1 El resorte está colocado entre el muro y el bloque de 10 kg. Si el bloque está sometido a una fuerza $F = 500$ N, determine su velocidad cuando $s = 0.5$ m. Cuando $s = 0$ m, el bloque está en reposo y el resorte sin estirar. La superficie de contacto es lisa.



Cuadro 1: Problema fundamental F14-1.

La ecuación del trabajo y la energía es:

$$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$$

Como el bloque está en reposo,

$$T_1 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(10\text{ kg})(0\text{ m/s})^2 = 0$$

El trabajo efectuado es el debido a la fuerza (positivo) y el debido al resorte (negativo).

$$U_{fuerza} = \frac{4}{5}(500\text{ N})(0.5\text{ m}) = 200$$

$$U_{resorte} = -\frac{1}{2}\left(500\ \frac{\text{N}}{\text{m}}\right)(0.5\text{ m})^2 = -62.5$$

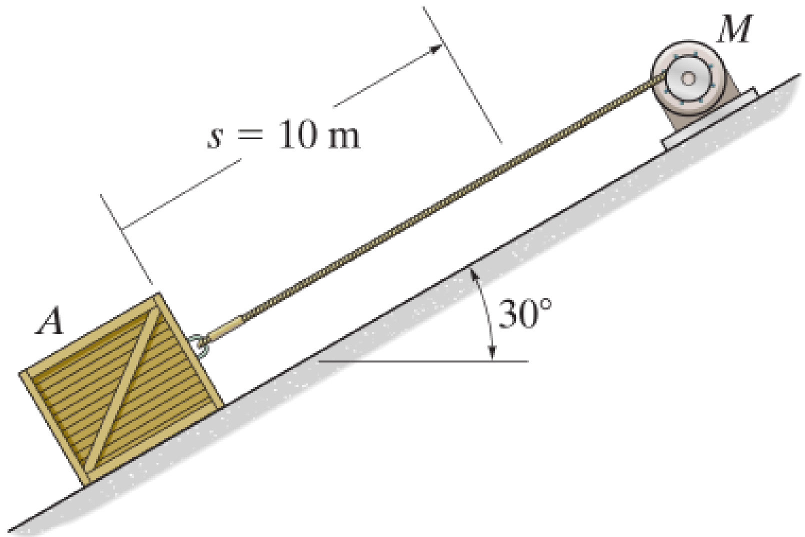
La energía en el punto "2" será:

$$T_2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(10\text{ kg})(v)^2$$

Sustituyendo,

$$0 + 200 - 62.5 = 5v^2 \rightarrow v = 5.244\text{ m/s}$$

14-2 Si el motor ejerce una fuerza constante de 300 N en el cable, determine la rapidez de la caja de 20 kg cuando viaja $s = 10$ m hacia arriba a la derecha, a lo largo del plano inclinado, partiendo del reposo. El coeficiente de fricción cinética entre la caja y el plano es de $\mu_k = 0.3$.



Cuadro 2: Problema fundamental F14-2.

Esta ocasión, al no tener una superficie lisa, debemos considerar la fuerza de fricción. Para obtenerla, ocupamos la fuerza normal $\mathcal{N}$.

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$\mathcal{N} - 20\,(9.81)\cos\left(30°\right) = 0$$

$$\mathcal{N} = 169.91 \text{ N}$$

Realizan trabajo la fuerza ejercida por el motor (positivo), la componente a lo largo del plano inclinado del peso de la caja (negativo) y la fricción (negativo):

$$U_{f.\ motor} = 300 \text{ N} \cdot (10 \text{ m}) = 3000 \text{ m} \cdot \text{N}$$

$$U_{comp.\ peso} = -\left(20 \text{ kg} \times 9.81 \text{ m/s}^2\right)\sin\left(30°\right) \cdot 10 \text{ m} = -981 \text{ m} \cdot \text{N}$$

$$U_{fricción} = -\left(0.3 \cdot 169.91 \text{ N}\right) \cdot (10 \text{ m}) = -509.73 \text{ m} \cdot \text{N}$$

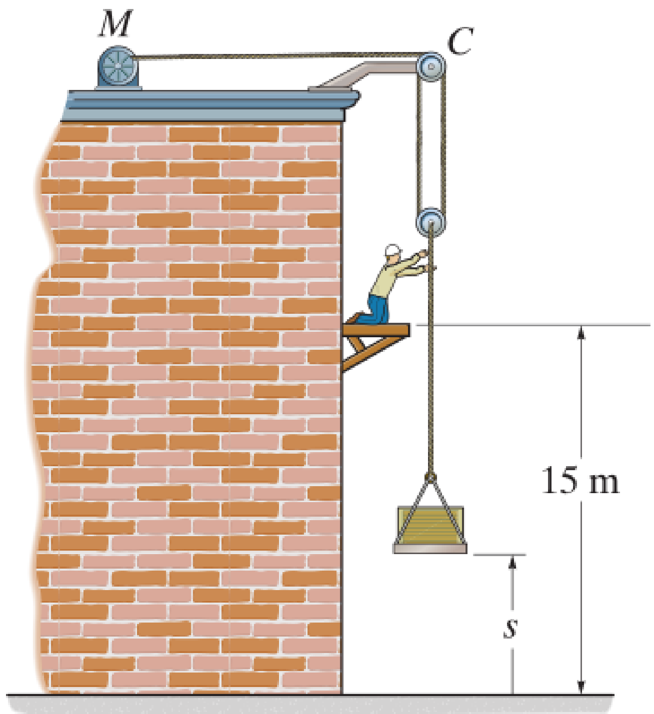
Aplicando la ecuación del trabajo y la energía,

$$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$$

$$0 + 3000 - 981 - 509.73 = \frac{1}{2}\left(20\right)v^2$$

$$v = 12.29 \text{ m/s}$$

14-3 Si el motor ejerce una fuerza $F = \left(600 + 2s^2\right)$ N en el cable, determine la rapidez de la caja de 100 kg cuando asciende a $s = 15$ m. La caja está inicialmente en reposo sobre el terreno.



Cuadro 3: Problema fundamental F14-3.

Empleamos la ecuación de trabajo y energía:

$$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$$

Como la caja estaba sobre el terreno inicialmente en reposo, su energía cinéticia inicial es cero.

$$T_1 = 0$$

Existe trabajo llevado a cabo por: el peso de la caja (negativo) y las dos fuerzas de izaje (positivas). La fuerza del motor *no* es constante por lo que se deberá integrar. El área bajo la curva $F-s$ representa trabajo. Consecuentemente,

$$U_{1F.\ izaje} = \int_{0\ \mathrm{m}}^{15\ \mathrm{m}} \left(600 + 2s^2\right) ds = 600s + \left.\frac{2s^3}{3}\right|_0^{15} = 11250$$

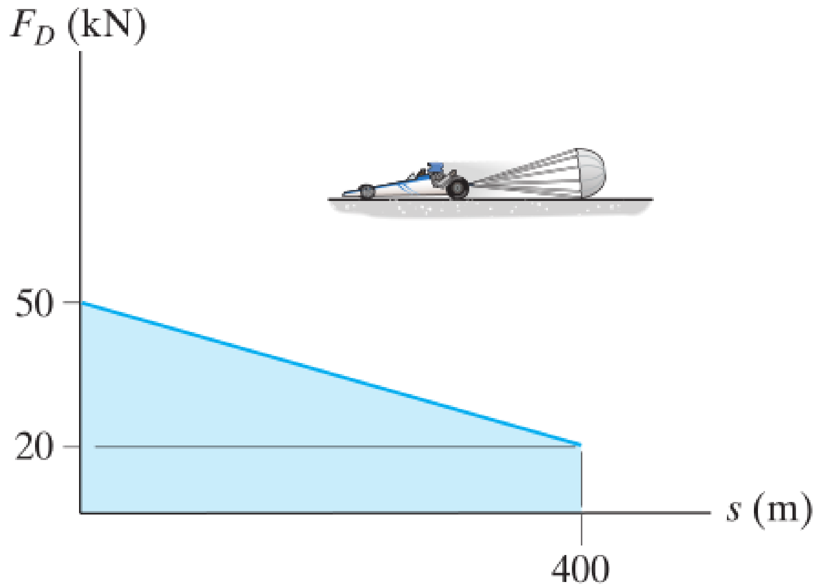
$$U_{peso} = -\left(100\ \mathrm{kg} \cdot 9.81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot 15\ \mathrm{m} = -14715$$

Sustituyendo,

$$0 + 2\left(11250\right) - 14715 = \frac{1}{2}\left(100\right) v^2$$

$$v = 12.48\ \mathrm{m/s}$$

14-4 El vehículo de carreras de 1.8 Mg viaja a 125 m/s cuando el motor se apaga y se libera un paracaídas. Si la fuerza de arrastre del paracaídas se puede aproximar por la gráfica, determine la rapidez del vehículo de carreras cuando haya viajado 400 m.



Cuadro 4: Problema fundamental F14-4.

Los 1.8 Mg (mega-gramos) son lo mismo que 1.8 millones de gramos (1.8×10^6 g). Sin embargo, nosotros comúnmente utilizamos kilogramos (1×10^3 kg). Tendremos entonces: 1800 kg.

$$1.8 \text{ Mg}\left(\frac{1 \times 10^6 \text{ g}}{1 \text{ Mg}}\right)\left(\frac{1 \text{ kg}}{1 \times 10^3 \text{ g}}\right) = 1800 \text{ kg}$$

La energía cinética inicial es:

$$T_1 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1800)(125)^2 = 14,062,500$$

Al igual que el ejercicio anterior, la fuerza no es constante. Contamos con la gráfica $F - s$. Podemos obtener, ya sea por integrales o por áreas obtenida de formas geométricas simples, la energía de ella. Recuerde que la gráfica está en kN, pero la utilizaremos en N.

$$U_{paracaídas} = -\text{área trapecio} = -\left(\frac{50,000 + 20,000}{2}\right)(400) = -14,000,000$$

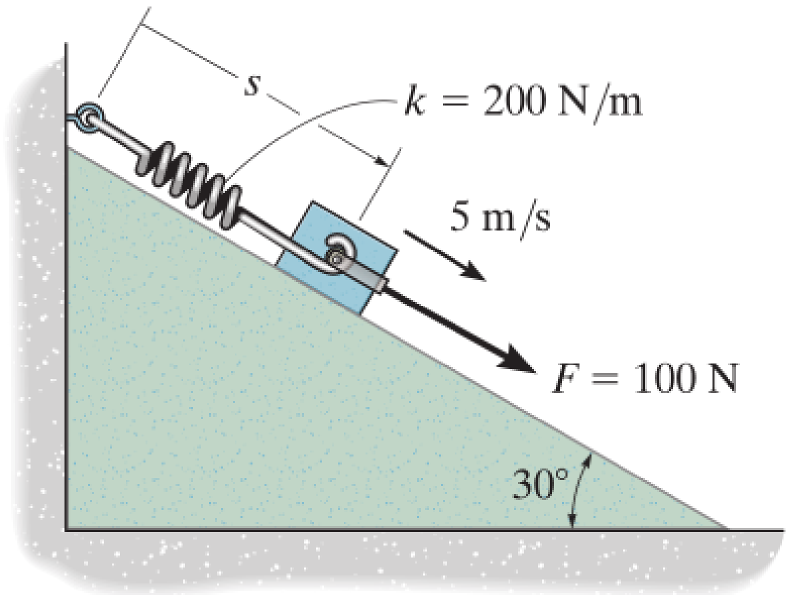
El signo se refiere a que el paracaídas actúa en la dirección opuesta al movimiento. Concluyentemente,

$$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$$

$$14,062,500 - 14,000,000 = \frac{1}{2}(1800)v^2$$

$$v = 8.33 \text{ m/s}$$

14-5 Cuando $s = 0.6$ m, el resorte está sin estirar y el bloque de 10 kg tiene una rapidez de 5 m/s hacia abajo del plano inclinado liso. Determine la distancia s a la que el bloque se detiene.



Cuadro 5: Problema fundamental F14-5.

Iniciemos obteniendo la energía inicial:

$$T_1 = \frac{1}{2}(10)(5)^2 = 125$$

Denotaremos a la posición final (inclinada) de la caja como s'. Existen tres trabajos: (1) el de la fuerza de 100 N (positivo), (2) el del componente del peso (positivo) y (3) el del resorte (negativo).

$$U_{fuerza} = 100 \cdot s'$$

$$U_{componente\ peso} = [10 \times 9.81 \times \sin(30)] \times s' = 49.05s'$$

$$U_{resorte} = -\left(\frac{1}{2} \cdot 200\right)(s')^2 = -100s'^2$$

Sustituyendo:

$$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$$

$$125 + 100s' + 49.05s' - 100s'^2 = \frac{1}{2}(10)(0)^2$$

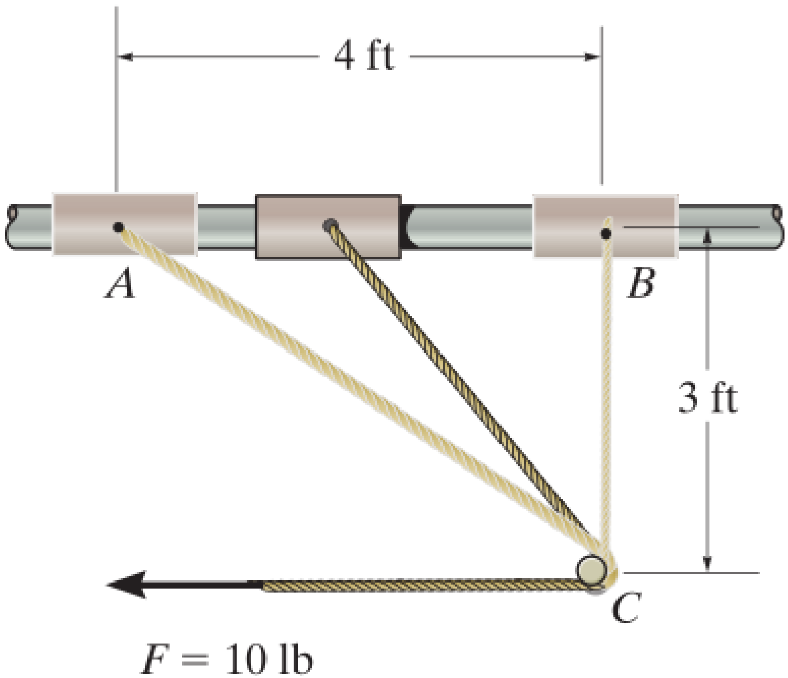
$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-149.05 \pm \sqrt{149.05^2 - 4(-100)(125)}}{2(-100)} = -0.598,\ 2.089$$

$$s' = 2.09 \text{ m}$$

La posición final es:

$$s = s_0 + s' = 0.6 + 2.09 = 2.69 \text{ m}$$

14-6 El collar de 5 lb es jalado por una cuerda que pasa alrededor de una estaquilla en C. Si la cuerda está sometida a una fuerza constante $F = 10$ lb, y el collar está en reposo cuando se encuentra en A, determine su rapidez cuando llega a B. Desprecie la fricción.



Cuadro 6: Problema fundamental F14-6.

Es más fácil pensar en el movimiento de la fuerza de 10 lb en su eje. Originalmente, la cuerda iba hacia A, midiendo la hipotenusa $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$. La cuerda yendo hacia B sólo mide 3 ft. De tal forma, la cuerda en el eje de la fuerza se "sacó" $5 - 3 = 2$ ft.

$$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$$

El objeto estaba en reposo al inicio y sólo se tiene la fuerza de 10 lb efectuando trabajo. Recuerde que se da una fuerza y no una masa:

$$0 + 10 \cdot 2 = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{32.2}\right)v^2$$

$$v = 16.05 \text{ ft/s}$$