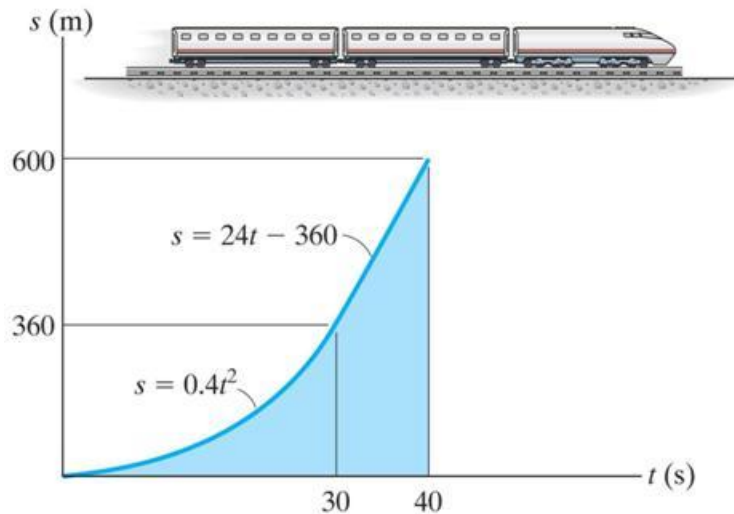


CINEMÁTICA RECTILÍNEA: MOVIMIENTO ERRÁTICO

Objetivos de hoy:

Los estudiantes serán capaces de:

1. Determinar la posición, velocidad y aceleración de una partícula utilizando gráficas.



Actividades en clase:

- Revisar tareas
- Prueba de lectura
- Aplicaciones
- Diagramas s - t , v - t , a - t , v - s , y a - s
- Prueba conceptual
- Solución grupal de problemas
- Prueba de atención

PRUEBA DE LECTURA

1. La pendiente de una gráfica v-t en cualquier instante, representa la _____ instantánea.

A) velocidad.

B) aceleración.

C) posición.

D) sacudida.

2. El desplazamiento de una partícula durante un intervalo dado de tiempo equivale al área debajo de la gráfica ____ durante ese tiempo.

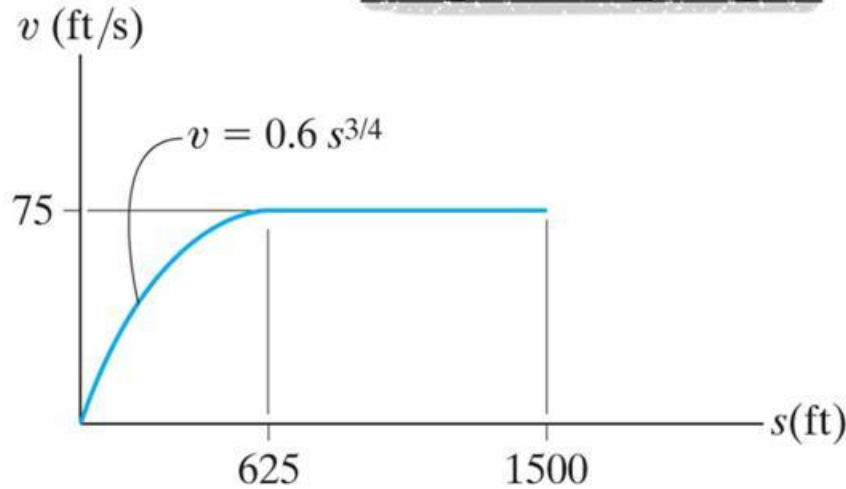
A) a-t

B) a-s

C) v-t

C) s-t

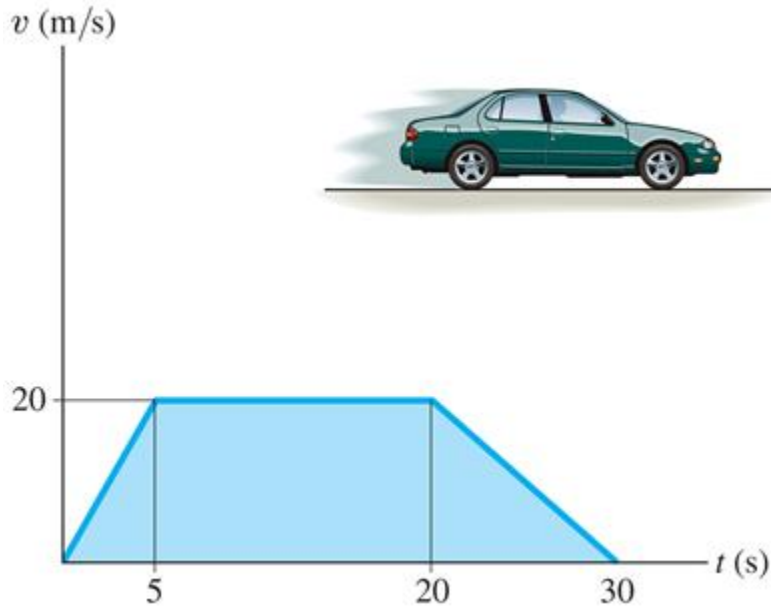
APLICACIONES



En muchos experimentos se obtiene el perfil de velocidad contra posición (v - s).

Si tenemos una gráfica v - s para la pipa, ¿cómo podemos determinar su aceleración cuando la posición es $s = 1500$ ft?

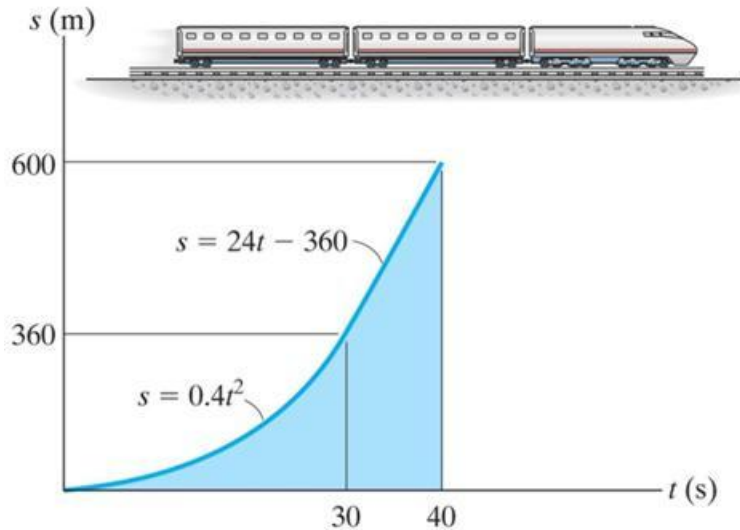
APLICACIONES (continuada)



La velocidad de un carro se registra a partir de un experimento. El carro parte del reposo y viaja a lo largo de una pista recta.

Si conocemos la gráfica v - t , ¿cómo podemos hallar la distancia que el carro viajó durante el intervalo de tiempo $0 < t < 30$ s ó $15 < t < 25$ s?

MOVIMIENTO ERRÁTICO (Sección 12.3)

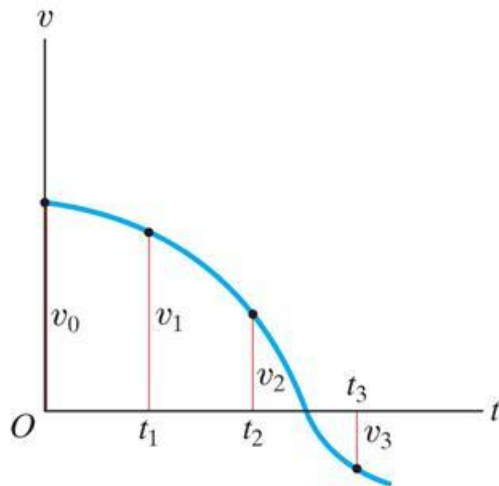
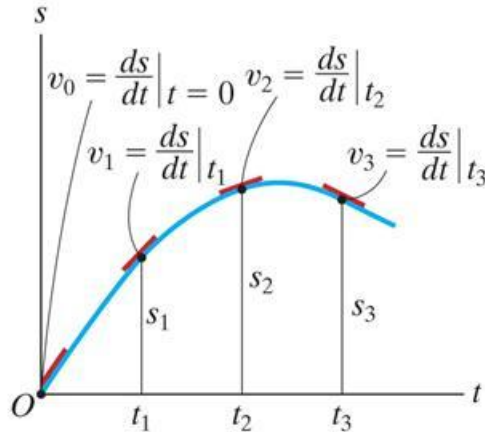


Hacer gráficas proporciona una buena manera de manejar movimientos complejos que de otra manera serían difíciles de describir con fórmulas.

Las gráficas también proporcionan una descripción visual del movimiento y refuerzan los conceptos de diferenciación e integración del cálculo como se usan en la dinámica.

El enfoque se basa en el hecho de que la pendiente y la diferenciación están vinculadas y la integración se puede entender como encontrar el área debajo de la curva.

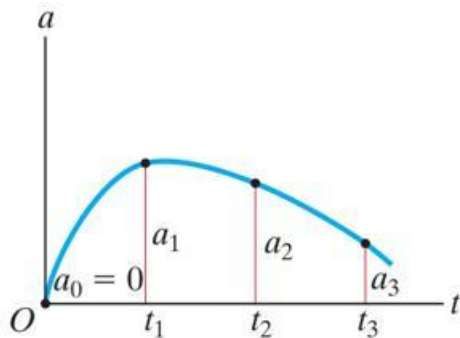
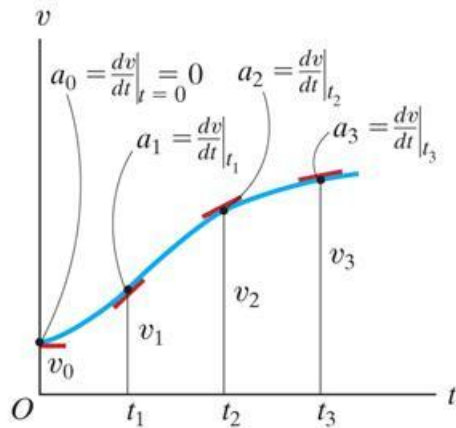
GRÁFICA S-T



Las gráficas de la posición contra el tiempo se pueden usar para encontrar las curvas velocidad contra tiempo. Al encontrar la **pendiente** de la línea tangente a la curva de movimiento en cualquier punto se encuentra la **velocidad** en ese punto (o $v = ds/dt$).

Por lo tanto, la gráfica $v-t$ se puede construir hallando la pendiente en varios puntos a lo largo de la gráfica $s-t$.

GRÁFICA V-T

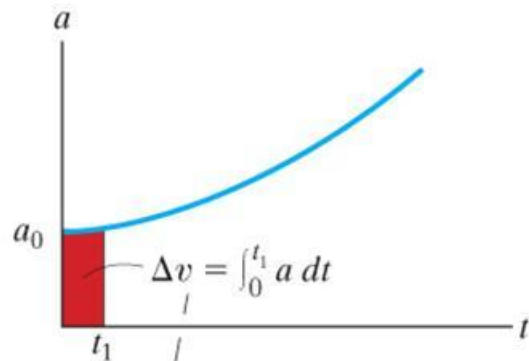


Las gráficas de la velocidad contra el tiempo se pueden usar para hallar las curvas aceleración contra tiempo. Al hallar la **pendiente** de la línea tangente a la curva de la velocidad en cualquier punto se obtiene la **aceleración** en ese punto (o $a = dv/dt$).

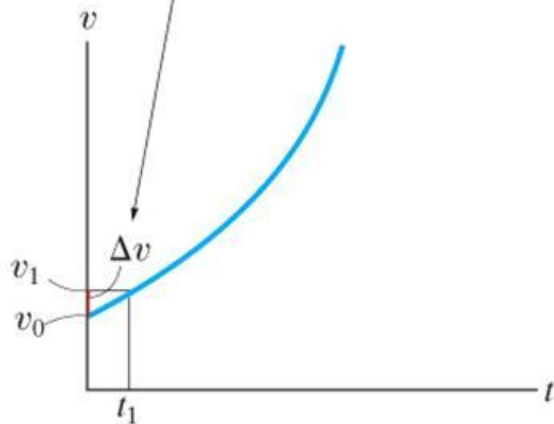
Por lo tanto, la gráfica aceleración contra tiempo (o $a-t$) se puede construir encontrando la pendiente en varios puntos de la gráfica $v-t$.

También, la distancia recorrida (desplazamiento) de la partícula es el área debajo de la gráfica $v-t$ durante el tiempo Δt .

GRÁFICA A-T



(a)

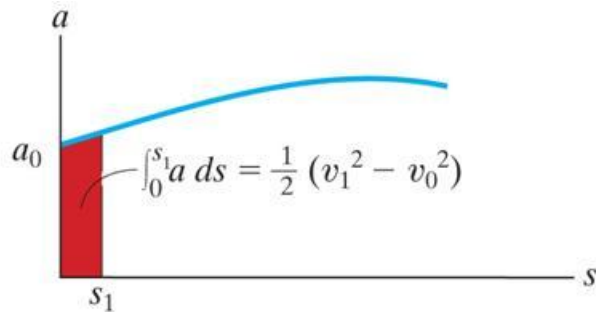


(b)

Dada la curva aceleración contra tiempo o curva a-t, el cambio en la velocidad (Δv) durante un periodo de tiempo es el área debajo de la curva a-t.

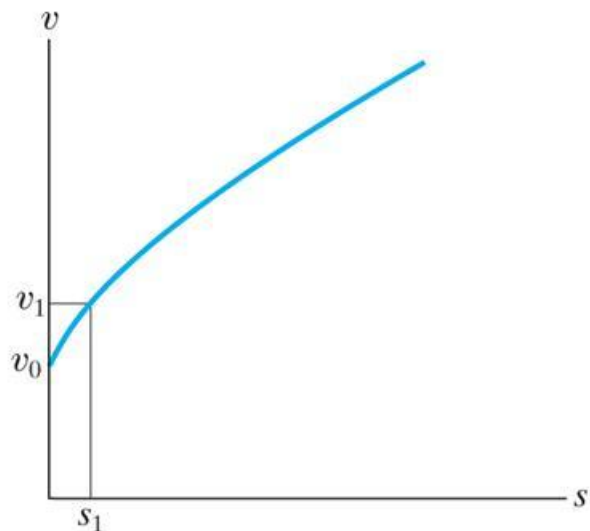
Así que, si conocemos la velocidad inicial de la partícula, podemos construir la gráfica v-t a partir de la gráfica a-t.

GRÁFICA A-S



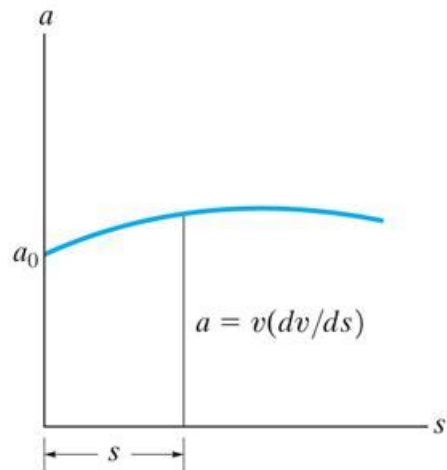
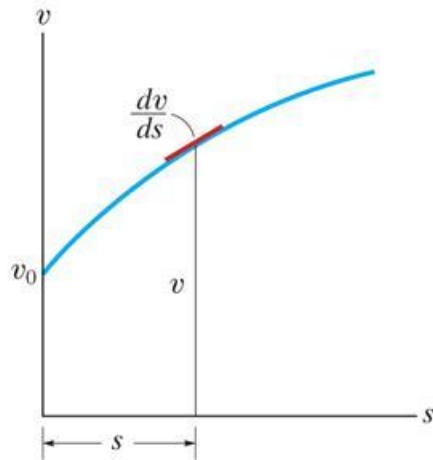
Un caso más complejo es el dado por la gráfica aceleración contra posición o gráfica a-s. El área debajo la curva a-s representa **el cambio en velocidad** (recuerde que $\int a \, ds = \int v \, dv$).

$$\frac{1}{2} (v_1^2 - v_0^2) = \int_{s_1}^{s_2} a \, ds = \text{área debajo de la curva a-s}$$



Esta ecuación se puede resolver para v_1 , posibilitándole resolverla para la velocidad en cualquier punto. Al efectuar esto repetidamente, usted puede **crear una gráfica de la velocidad contra la distancia**.

GRÁFICA V-S



Otro caso complejo es el presentado por la gráfica de la velocidad contra la distancia o curva v-s. Leyendo la velocidad v en un punto de la curva y multiplicándola por la pendiente de la curva (dv/ds) en ese mismo punto, podemos obtener la aceleración en ese punto. Recuerde la fórmula:

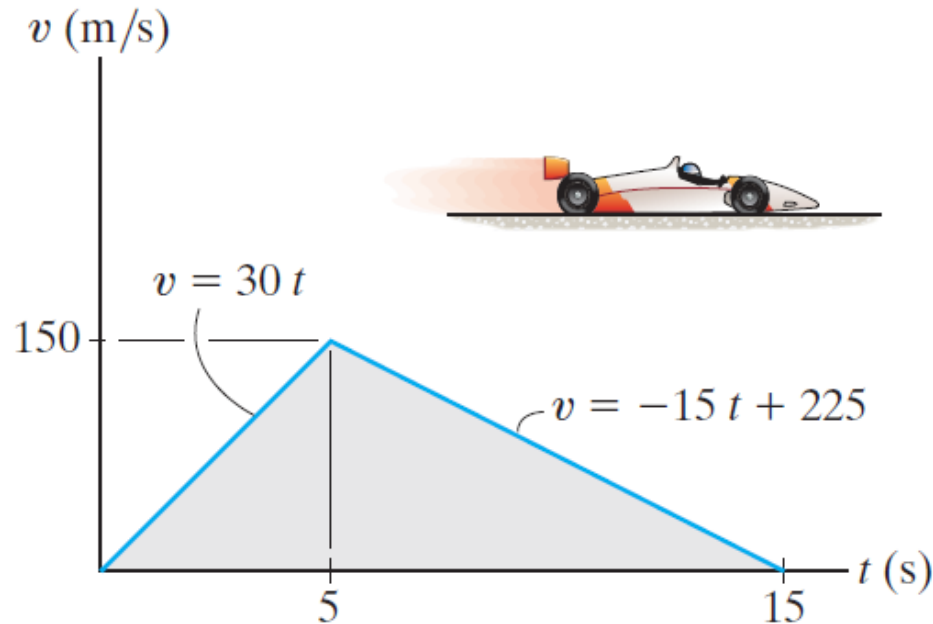
$$a = v \left(\frac{dv}{ds} \right).$$

Así, se puede obtener una curva a-s a partir de la gráfica v-s.

EJEMPLO

Dado: La gráfica v-t de un auto de carreras que se mueve a lo largo de una pista recta.

Halle: Las gráficas a-t y s-t para el intervalo de tiempo mostrado.



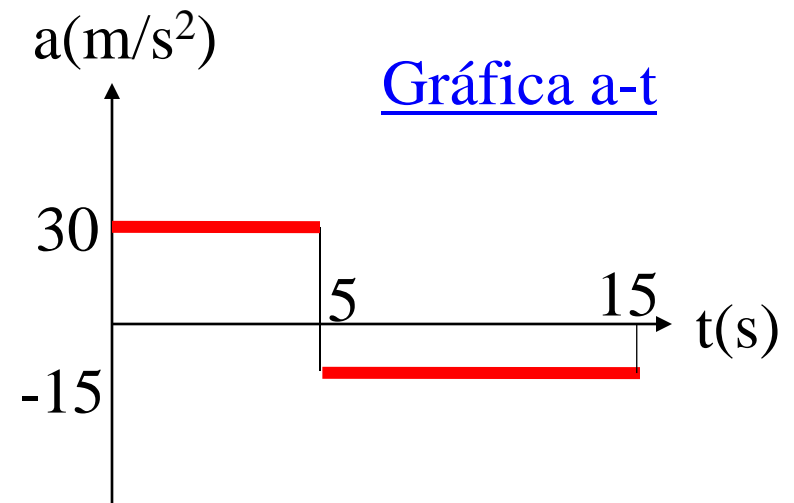
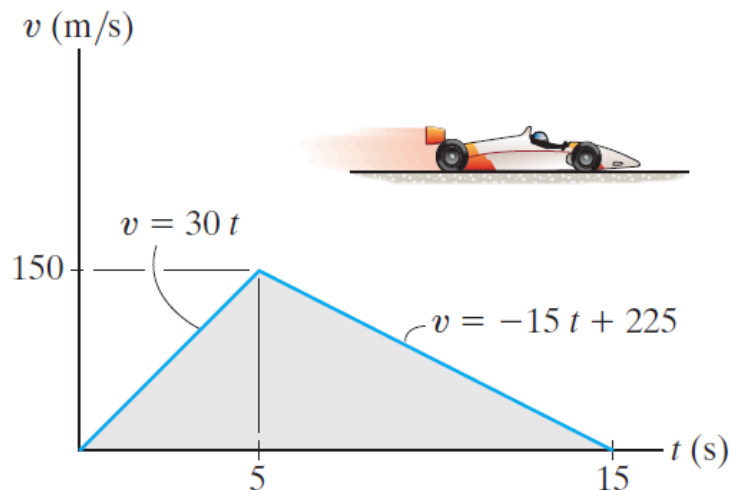
¿Cuál es su plan para abordar el problema?

EJEMPLO (continuado)

Solución: Se puede construir la gráfica a-t hallando la pendiente de la gráfica v-t en puntos clave. ¿Cuáles?

cuando $0 < t < 5$ s; $a_{0-5} = dv/dt = d(30t)/dt = 30 \text{ m/s}^2$

cuando $5 < t < 15$ s; $a_{5-15} = dv/dt = d(-15t+225)/dt = -15 \text{ m/s}^2$



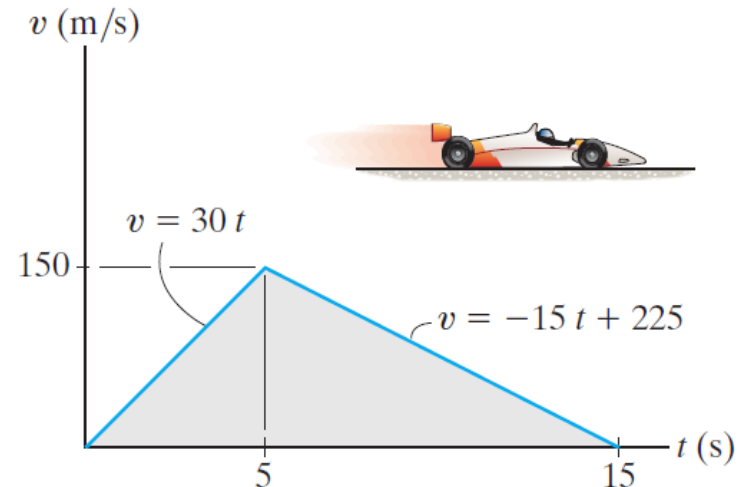
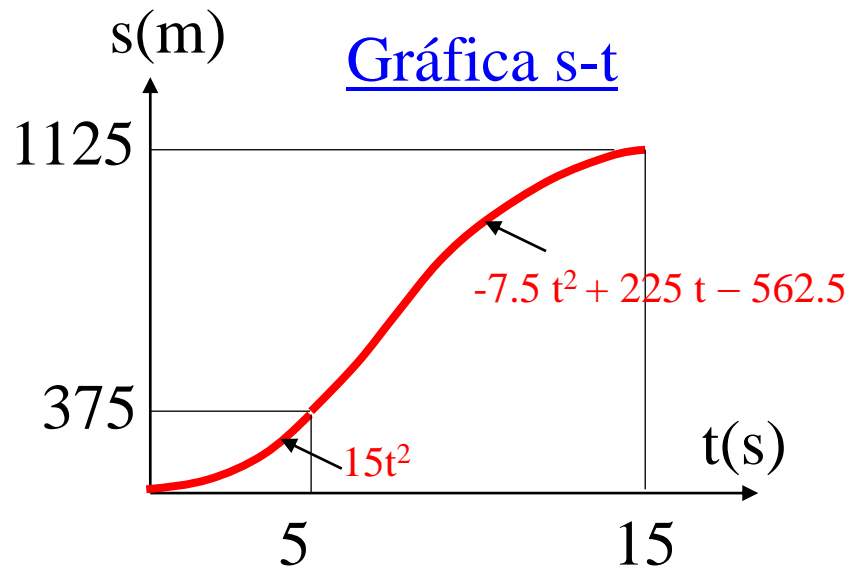
EJEMPLO (continuado)

Ahora integre la gráfica $v - t$ para construir la gráfica $s - t$.

$$\text{cuando } 0 < t < 5 \text{ s; } s = \int v \, dt = [15 t^2]_0^t = \underline{15 t^2 \text{ m}}$$

$$\text{cuando } 5 < t < 15 \text{ s; } s - 15 (5^2) = \int v \, dt = [(-15) (1/2) t^2 + 225 t]_5^t$$

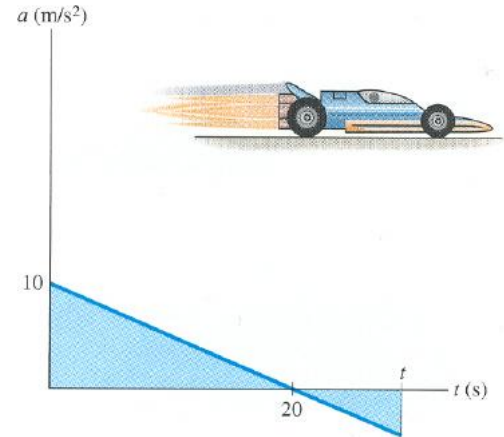
$$s = \underline{-7.5 t^2 + 225 t - 562.5 \text{ m}}$$



PRUEBA CONCEPTUAL

1. Si una partícula parte del reposo y acelera conforme a la gráfica mostrada, la velocidad de la partícula cuando $t = 20$ s es

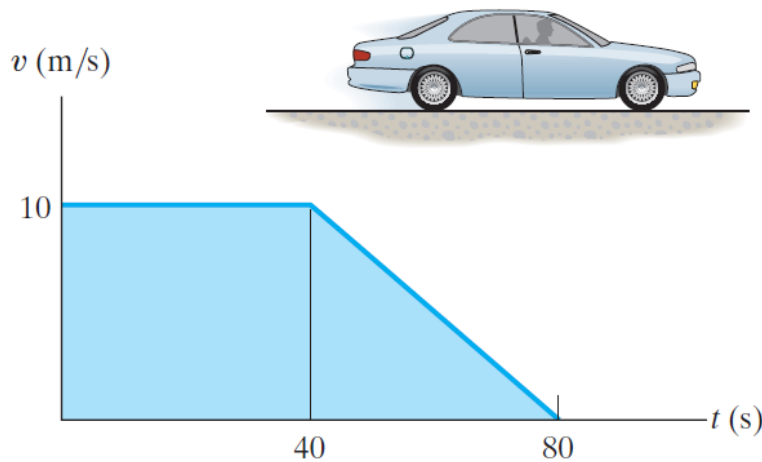
- A) 200 m/s B) 100 m/s
C) 0 D) 20 m/s



2. La partícula del Problema 1 deja de moverse cuando $t = \underline{\hspace{2cm}}$.

- A) 10 s B) 20 s
C) 30 s D) 40 s

SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS I



Dado: La gráfica v-t mostrada.

Halle: La gráfica a-t, rapidez promedio y la distancia viajada durante el intervalo de 0 - 80 s.

Plan: Halle las pendientes de la curva v-t y dibuje la gráfica a-t. Halle el área debajo de la curva. Es la distancia viajada. Finalmente, calcule la rapidez promedio (¡usando las definiciones básicas!).

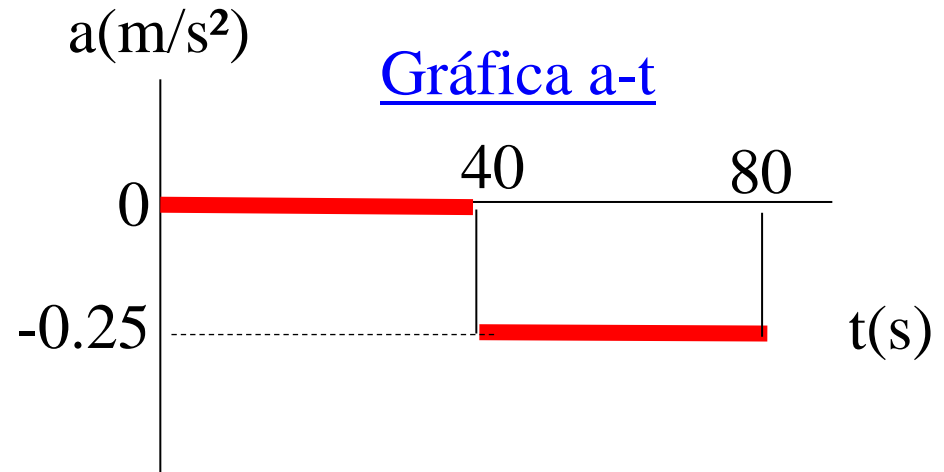
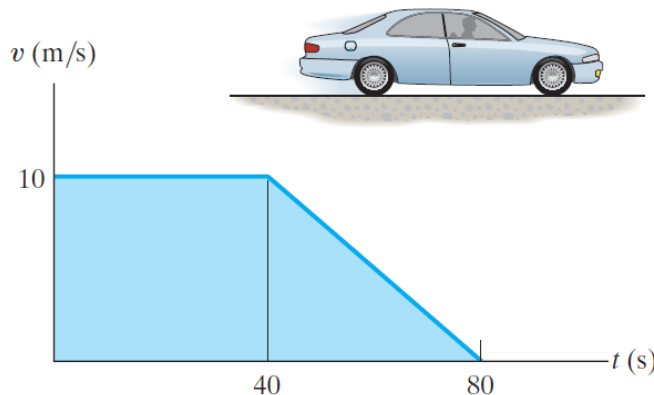
SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS I (continuada)

Solución:

Encuentre la gráfica a-t.

Para $0 \leq t \leq 40$ $a = dv/dt = \underline{0 \text{ m/s}^2}$

Para $40 \leq t \leq 80$ $a = dv/dt = -10 / 40 = \underline{-0.25 \text{ m/s}^2}$



SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS I (continuada)

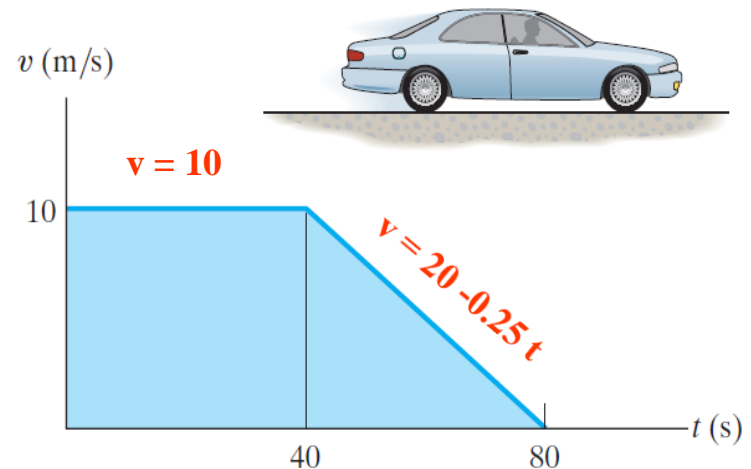
Ahora encuentre la distancia viajada:

$$\Delta s_{0-40} = \int v \, dt = \int 10 \, dt = 10 (40) = 400 \, \text{m}$$

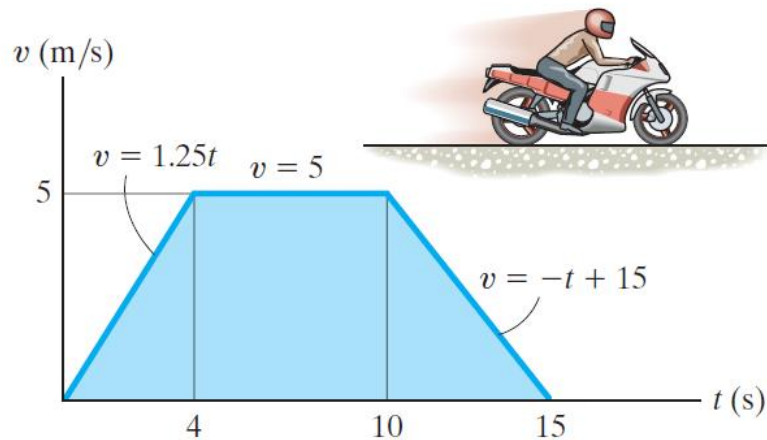
$$\begin{aligned} \Delta s_{40-80} &= \int v \, dt \\ &= \int (20 - 0.25 t) \, dt \\ &= [20 t - 0.25 (1/2) t^2]_{40}^{80} = 200 \, \text{m} \end{aligned}$$

$$s_{0-80} = 400 + 200 = \underline{600 \, \text{m}}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{prom.}(0-80)} &= \text{distancia total} / \text{tiempo} \\ &= 600/80 \\ &= \underline{7.5 \, \text{m/s}} \end{aligned}$$



SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS II



Dado: La gráfica v-t mostrada.

Halle: La gráfica a-t y la distancia viajada para el intervalo de 0 - 15 s.

Plan: Halle las pendientes de la curva v-t y dibuje la gráfica a-t. Encuentre el área debajo de la curva. Es la distancia viajada.

SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS II (continuada)

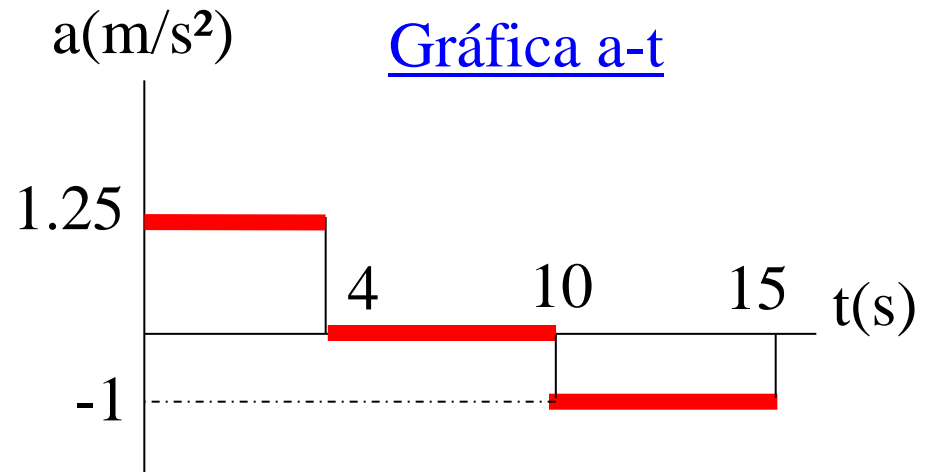
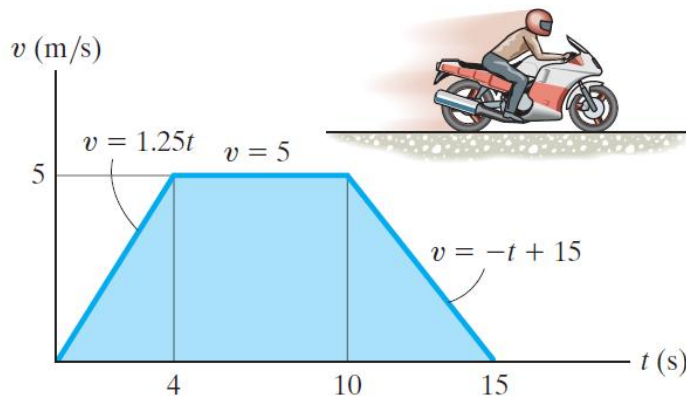
Solución:

Encuentre la gráfica a-t:

Para $0 \leq t \leq 4$ $a = dv/dt = \underline{1.25 \text{ m/s}^2}$

Para $4 \leq t \leq 10$ $a = dv/dt = \underline{0 \text{ m/s}^2}$

Para $10 \leq t \leq 15$ $a = dv/dt = \underline{-1 \text{ m/s}^2}$



SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS II (continuada)

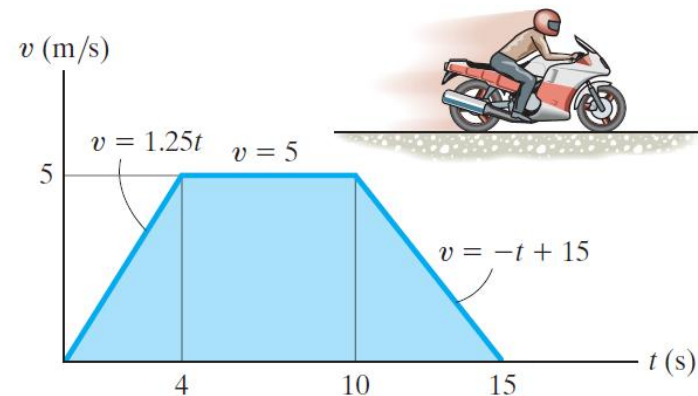
Ahora encuentre la distancia viajada:

$$\Delta s_{0-4} = \int v \, dt = [(1.25) (1/2) t^2]_0^4 = 10 \text{ m}$$

$$\Delta s_{4-10} = \int v \, dt = [5 t]_4^{10} = 30 \text{ m}$$

$$\Delta s_{10-15} = \int v \, dt = [- (1/2) t^2 + 15 t]_{10}^{15} = 12.5 \text{ m}$$

$$s_{0-15} = 10 + 30 + 12.5 = \underline{52.5 \text{ m}}$$



PRUEBA DE ATENCIÓN

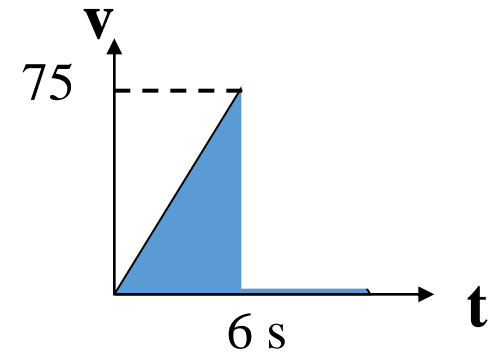
1. Si un carro tiene la curva de velocidad mostrada, determine el tiempo t necesario para que el carro viaje 100 metros.

A) 8 s

B) 4 s

C) 10 s

D) 6 s



2. Escoja la gráfica $a-t$ correcta para la curva de velocidad mostrada.

