

ECUACIONES DEL MOVIMIENTO: COORDENADAS RECTANGULARES

Objetivos del día:

Los estudiantes serán capaces de:

1. Aplicar la segunda ley de Newton para determinar las fuerzas y las aceleraciones para partículas en movimiento rectilíneo.



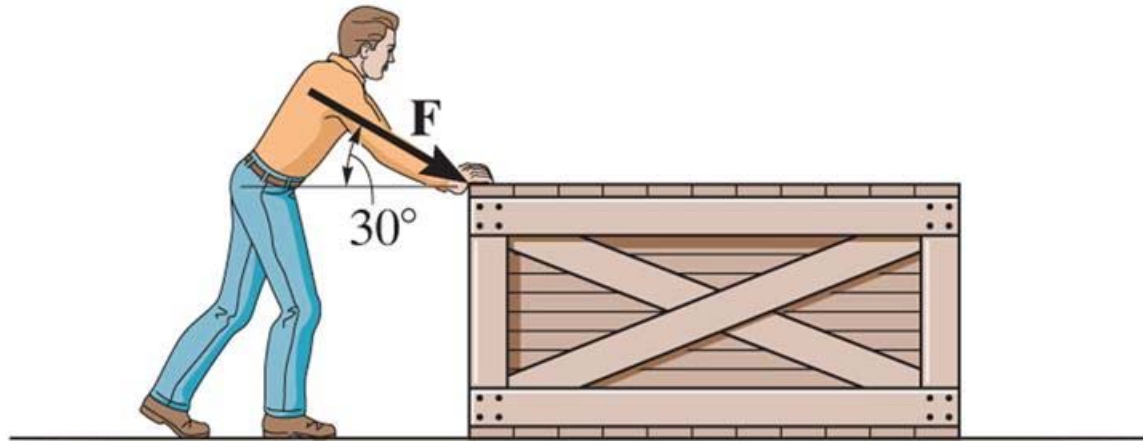
Actividades en clase:

- Revisión de tareas
- Prueba de lectura
- Aplicaciones
- Ecuaciones del Movimiento usando las coordenadas rectangulares (cartesianas)
- Prueba conceptual
- Solución grupal de problemas
- Prueba de atención

PRUEBA DE LECTURA

1. En dinámica, la fuerza de fricción que actúa en un objeto que se mueve, siempre _____.
A) va en la dirección de su movimiento B) es fricción cinética
C) es fricción estática D) es cero.
2. Si una partícula está conectada a un resorte, la fuerza elástica del resorte se expresa por $F = ks$. La “s” en esta ecuación es:
A) la constante del resorte.
B) la longitud sin deformar del resorte.
C) la diferencia entre la longitud deformada y sin deformar.
D) la longitud deformada del resorte.

APLICACIONES

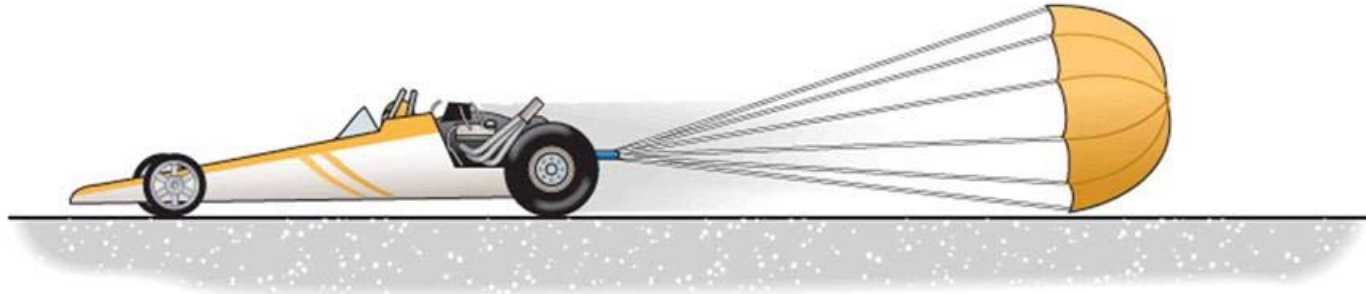


Si un hombre intenta mover una caja de 100 lb, ¿qué tan grande debe ser la fuerza F que él ejerza para comenzar a mover la caja?
¿Qué factores influyen cuán larga deberá de ser esta fuerza para comenzar a mover la caja?

Si la caja se comienza a mover, ¿hay una aceleración presente?

¿Qué necesitaría saber antes para poder encontrar estas respuestas?

APLICACIONES (continuada)



Los objetos que se mueven en el aire (u otro fluido) poseen una fuerza de arrastre que actúa en ellos. Esta fuerza de arrastre está en función de la velocidad.

Si el vehículo viaja con una velocidad conocida y la magnitud de la fuerza de arrastre que se opone al movimiento está dada en función de la velocidad para cualquier instante, ¿se podría determinar el tiempo y la distancia requerida por el carro para detenerse si se apaga su motor? ¿Cómo?

COORDENADAS RECTANGULARES (Sección 13.4)

La ecuación del movimiento, $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, se utiliza de una mejor manera cuando el problema requiere hallar fuerzas (especialmente fuerzas perpendiculares al trayecto), aceleraciones, velocidades o la masa. Recuerde, ¡las fuerzas desbalanceadas ocasionan aceleración!

Se pueden escribir tres ecuaciones escalares a partir de esta ecuación vectorial. La ecuación del movimiento, al ser una ecuación vectorial, se puede expresar en términos de las tres componentes en el Sistema de coordenadas rectangular (cartesiano) como:

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad \text{o} \quad \sum F_x \mathbf{i} + \sum F_y \mathbf{j} + \sum F_z \mathbf{k} = m(a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k})$$

o, como ecuaciones escalares, $\sum F_x = ma_x$, $\sum F_y = ma_y$, y $\sum F_z = ma_z$.

PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS

- **Diagrama de Cuerpo Libre (¡siempre es crítico!)**

Establezca su sistema de coordenadas y dibuje el diagrama de cuerpo libre de la partícula mostrando únicamente fuerzas externas. Estas fuerzas externas, usualmente incluyen el peso, las fuerzas normales, las fuerzas de fricción y las fuerzas aplicadas. Muestre el vector ' ma ' (algunas veces llamada fuerza inercial) en un diagrama cinético por separado.

¡Asegúrese que toda fuerza de fricción actúe en la dirección opuesta a la dirección del movimiento! Si la partícula se encuentra conectada a un resorte elástico lineal, la fuerza del resorte igual a ' ks ' se deberá incluir en el DCL.

PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS (continuado)

- **Ecuaciones del Movimiento**

Si las fuerzas se pueden descomponer directamente del diagrama de cuerpo libre (comúnmente en el caso de problemas 2D), use la **forma escalar** de la ecuación del movimiento. En casos más complejos (usualmente 3D), se escribe un vector cartesiano para cada fuerza y un **análisis vectorial** resulta la mejor manera de atacar el problema.

Una formulación cartesiana vectorial de la segunda ley es:

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad \text{o,}$$
$$\sum F_x \mathbf{i} + \sum F_y \mathbf{j} + \sum F_z \mathbf{k} = m(a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k})$$

Se pueden escribir tres ecuaciones escalares a partir de esta ecuación vectorial. Puede que sólo necesite dos ecuaciones si el movimiento es en 2D.

PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS (continuado)

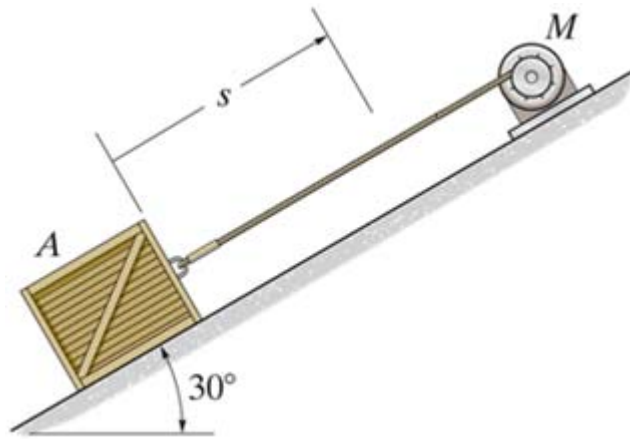
- **Cinemática**

La segunda ley provee soluciones para las fuerzas y las **aceleraciones**. Si se tiene que encontrar la **velocidad** o la **posición**, se usan las **ecuaciones de la cinemática** una vez que ya se haya encontrado la aceleración a partir de la ecuación de movimiento.

Cualquier herramienta cinemática aprendida en el Capítulo 12 puede ser requerida para resolver un problema.

¡Asegúrese de usar direcciones coordenadas **consistentes positivas** como se usaron en la parte de la ecuación del movimiento del problema!

EJEMPLO



Dado: El motor enrolla el cable con una aceleración constante de manera que la caja de 20 kg se mueve una distancia $s = 6$ m en 3 s, partiendo del reposo. $\mu_k = 0.3$.

Halle: La tensión desarrollada en el cable.

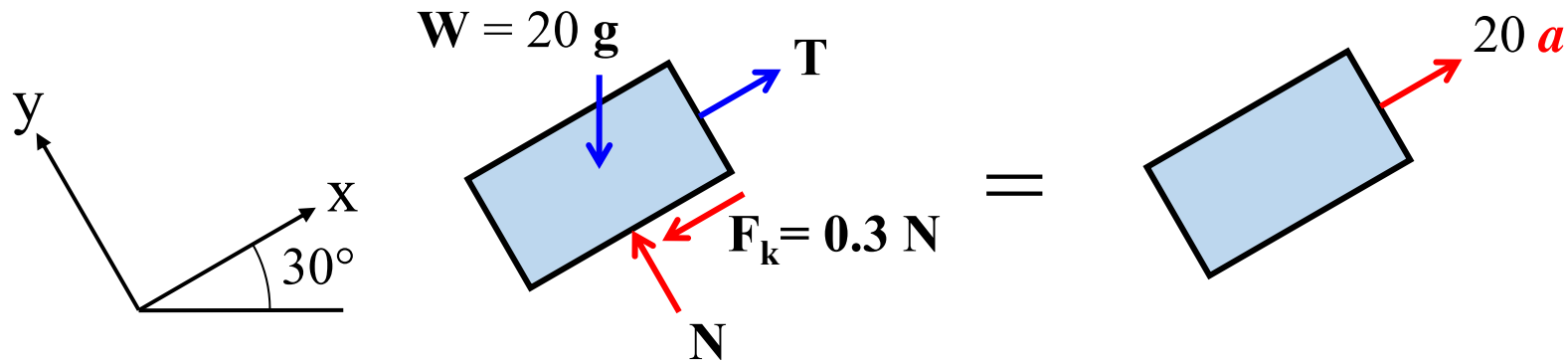
Plan:

- 1) Dibuje los diagramas de cuerpo libre y cinéticos de la caja.
- 2) Usando una ecuación cinemática, determine la aceleración de la caja.
- 3) Aplique la ecuación del movimiento para determinar la tensión en el cable.

EJEMPLO (continuado)

Solución:

1) Dibuje el diagrama de cuerpo libre y cinético de la caja.



Como el movimiento es hacia arriba en el plano inclinado, rote los ejes x-y para que el eje x se alinee con la inclinación. Después, el movimiento ocurrirá en la dirección x.

Hay una fuerza de fricción actuando entre la superficie y la caja. ¿Por qué está en la dirección mostrada en el DCL?

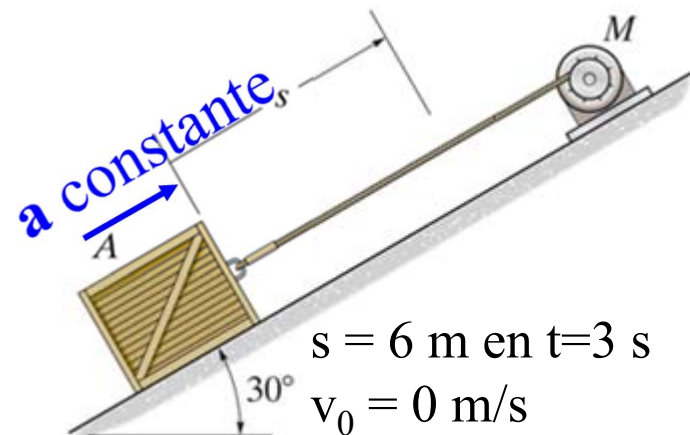
EJEMPLO (continuado)

2) Usando la ecuación cinemática

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\Rightarrow 6 = (0) 3 + \frac{1}{2} a (3^2)$$

$$\Rightarrow a = 1.333 \text{ m/s}^2$$



3) Aplique las ecuaciones del movimiento

$$+\nearrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -20 g (\cos 30^\circ) + N = 0$$

$$\Rightarrow N = 169.9 \text{ N}$$

$$+\nearrow \sum F_x = m a \Rightarrow T - 20g (\sin 30^\circ) - 0.3 N = 20 a$$

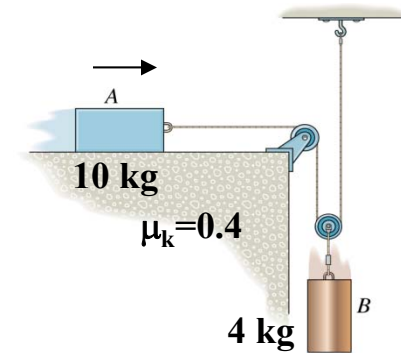
$$\Rightarrow T = 20 (9.81) (\sin 30^\circ) + 0.3(169.9) + 20 (1.333)$$

$$\Rightarrow \underline{T = 176 \text{ N}}$$

PRUEBA CONCEPTUAL

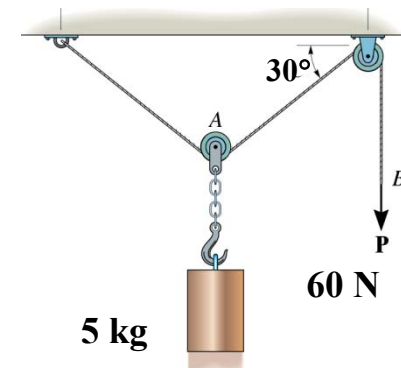
1. Si el cable tiene una tensión de 3 N, determine la aceleración del bloque B.

- A) $4.26 \text{ m/s}^2 \uparrow$ B) $4.26 \text{ m/s}^2 \downarrow$
C) $8.31 \text{ m/s}^2 \uparrow$ D) $8.31 \text{ m/s}^2 \downarrow$

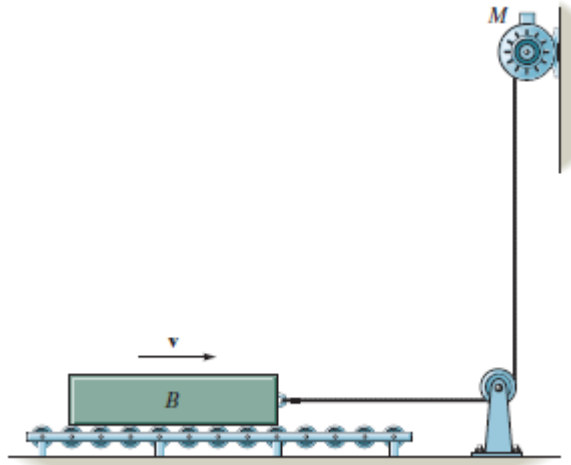


2. Determine la aceleración del bloque.

- A) $2.20 \text{ m/s}^2 \uparrow$ B) $3.17 \text{ m/s}^2 \uparrow$
C) $11.0 \text{ m/s}^2 \uparrow$ D) $4.26 \text{ m/s}^2 \uparrow$



SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS



Dado: La barra B de 300 kg, originalmente en reposo, se remolca sobre una serie de rodillos pequeños. El motor M está jalando el cable a una tasa de $v = (0.4 t^2)$ m/s, donde t está en segundos.

Halle: La fuerza en el cable y la distancia s cuando $t = 5$ s.

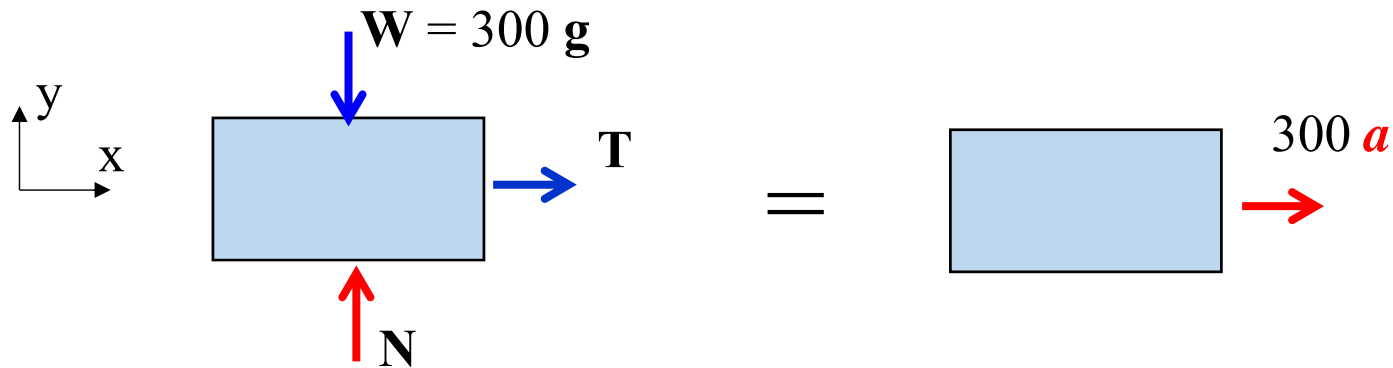
Plan: Ya que se involucra tanto fuerza como velocidad, este problema requiere tanto la ecuación del movimiento como la ecuación cinemática.

- 1) Dibuje el diagrama de cuerpo libre y cinético de la barra.
- 2) Aplique la ecuación del movimiento para determinar la aceleración y la fuerza.
- 3) Usando una ecuación cinemática, determine la distancia.

SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS (continuada)

Solución:

1) Diagramas de cuerpo libre y cinético de la barra:



Note que la barra se está moviendo a lo largo del eje x.

2) Aplique la ecuación escalar del movimiento en la dirección x.

$$+ \rightarrow \sum F_x = 300 a \Rightarrow T = 300 a$$

$$\text{Como } v = 0.4 t^2, a = (dv/dt) = 0.8 t$$

$$T = 240 t \Rightarrow \underline{T = 1200 \text{ N cuando } t = 5\text{s.}}$$

SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS (continuada)

3) Usando la ecuación cinemática para determinar la distancia;

Como $v = (0.4 t^2) \text{ m/s}$

$$s = s_0 + \int v \, dt = 0 + \int_0^t (0.4 t^2) \, dt$$

$$\Rightarrow s = \frac{0.4}{3} t^3$$

En $t = 5 \text{ s}$,

$$s = \frac{0.4}{3} 5^3 = \underline{16.7 \text{ m}}$$

PRUEBA DE ATENCIÓN

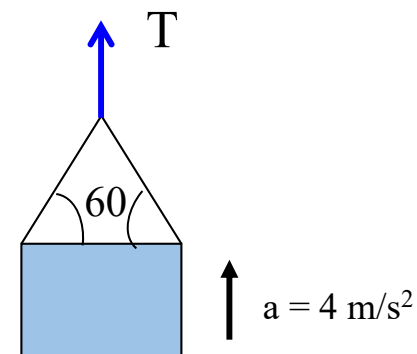
1. Determine la tensión en el cable cuando la caja de 400 kg se mueve hacia arriba con una aceleración de 4 m/s^2 .

A) 2265 N

B) 3365 N

C) 5524 N

D) 6543 N



2. Una partícula de 10 lb (convertir a masa) tiene fuerzas de $F_1 = (3\mathbf{i} + 5\mathbf{j}) \text{ lb}$ y $F_2 = (-7\mathbf{i} + 9\mathbf{j}) \text{ lb}$ actuando en ella. Determine la aceleración de la partícula.

A) $(-0.4\mathbf{i} + 1.4\mathbf{j}) \text{ ft/s}^2$

B) $(-4\mathbf{i} + 14\mathbf{j}) \text{ ft/s}^2$

C) $(-12.9\mathbf{i} + 45\mathbf{j}) \text{ ft/s}^2$

D) $(13\mathbf{i} + 4\mathbf{j}) \text{ ft/s}^2$