DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE 3-D, ECUACIONES DE EQUILIBRIO, RESTRICCIONES Y DETERMINACIÓN ESTÁTICA

Objetivo de hoy:

Los estudiantes serán capaces de:

a) Identificar las reacciones en los apoyos en 3-D y dibujar un diagrama de cuerpo libre, y,

b) Aplicar las ecuaciones de equilibrio.

Actividades en clase:

- Revisar Tareas, si es que hay
- Prueba de Lectura
- Aplicaciones
- Reacciones en los Apoyos, en 3D
- Ecuaciones de Equilibrio
- Prueba Conceptual
- Solución de Problema Grupal
- Prueba de Atención

PRUEBA DE LECTURA

1. Si un apoyo evita la rotación de un cuerpo respecto a un eje, entonces el apoyo ejerce _________ en el cuerpo respecto a ese eje.

   A) Un momento de par   B) Una fuerza

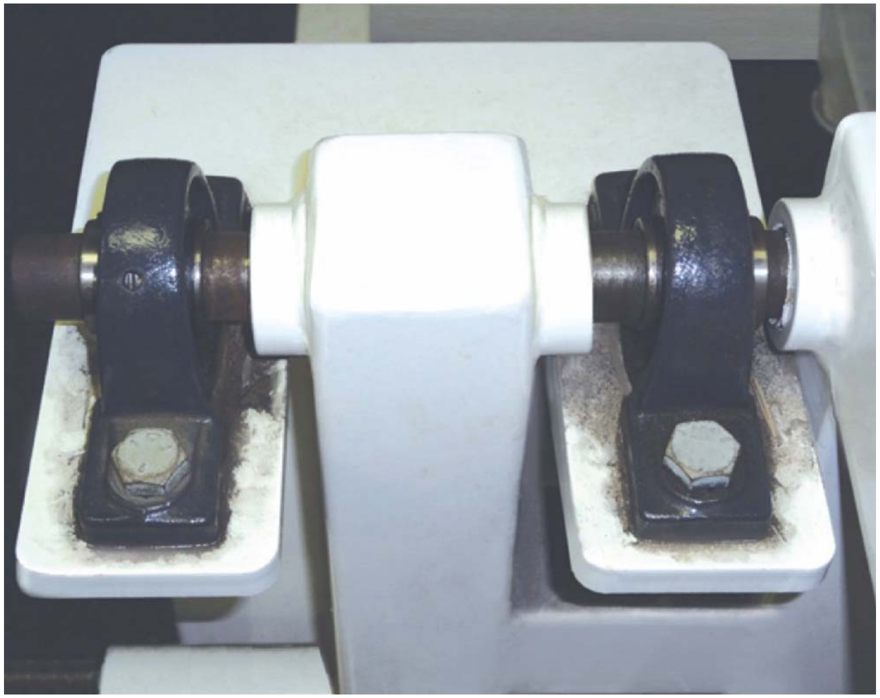
   C) Tanto A como B   D) Ninguna de las anteriores

2. Al analizar un problema 3-D, usted posee _________ ecuaciones escalares de equilibrio.

   A) 3   B) 4

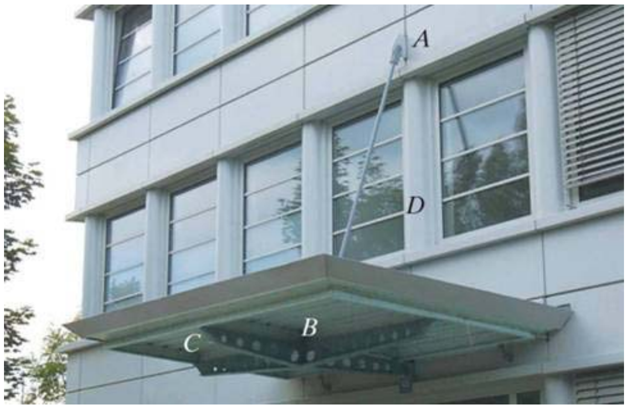
   C) 5   D) 6

APLICACIONES



Las articulaciones de rótula y los cojinetes lisos son frecuentemente empleados en los sistemas mecánicos. Para diseñarlos, se deben determinar las reacciones en los apoyos en estas juntas y sus cargas.

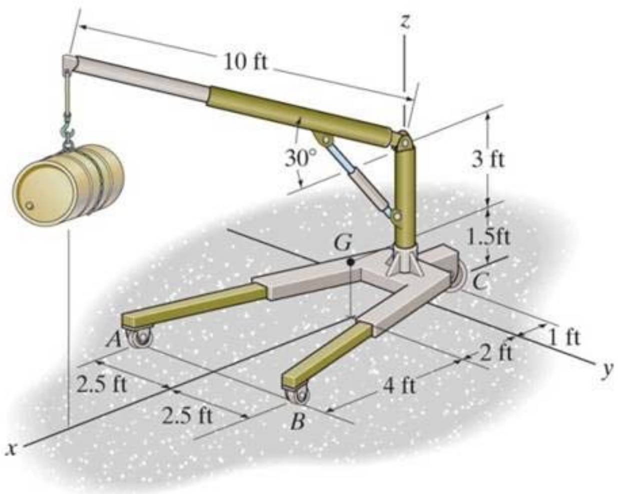
APLICACIONES (continuada)



El tirante del punto A se emplea para soportar el volado en la entrada del edificio. Está conectado por una articulación con el muro en A, y con el centro del volado en B.

Si A se moviera a una posición más baja D, ¿la fuerza en el tirante permanecería igual o cambiaría? Si uno efectúa estos cambios sin entender si existe un cambio en las fuerzas, ciertas fallas podrían ocurrir.

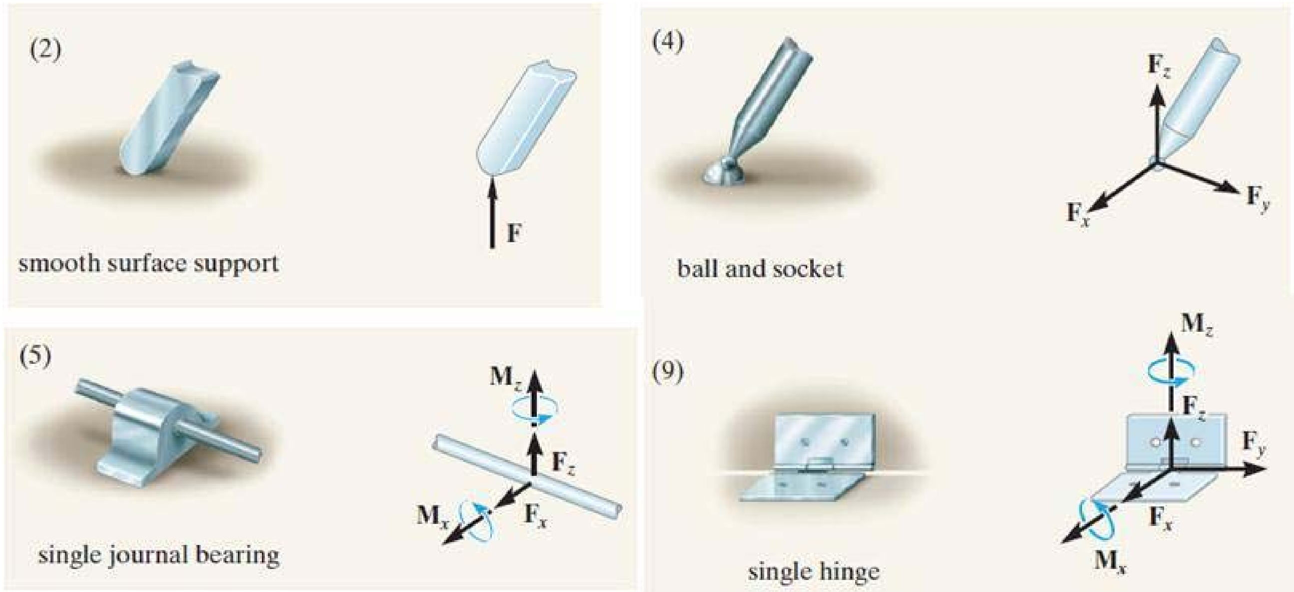
APLICACIONES (continuada)



La grúa de piso, que pesa 350 lb, está soportando un tambor de aceite.

¿Cómo determinaría el peso del tambor de aceite más grande que podría soportar la grúa sin voltearse?

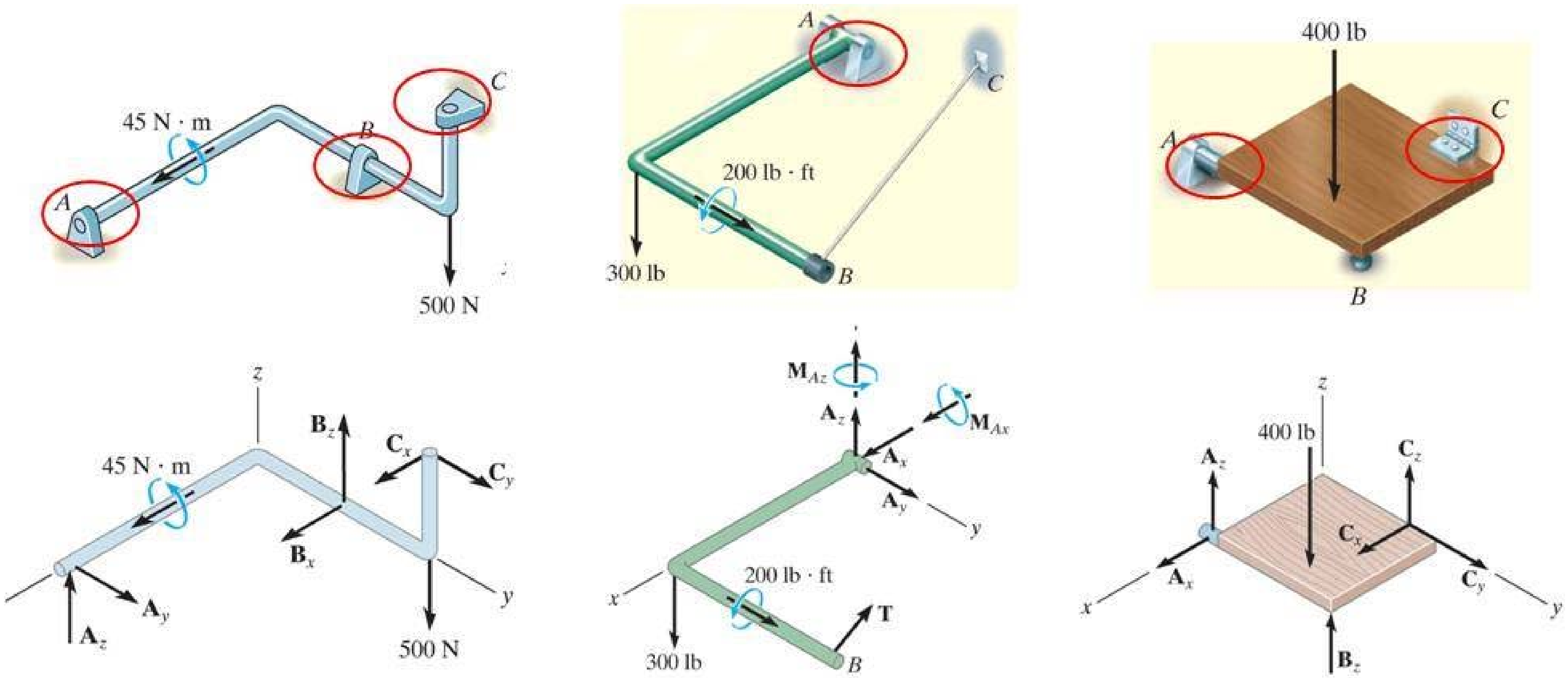
REACCIONES EN LOS APOYOS EN 3-D (Tabla 5-2)



Unos cuantos ejemplos de apoyos se muestran arriba. Otras reacciones de apoyos aparecen en su libro de texto (Tabla 5-2).

Como regla general, si un apoyo evita la traslación de un cuerpo en una dirección dada, entonces una fuerza de reacción actuante en la dirección opuesta se desarrolla en el cuerpo. Similarmente, si se previene la rotación, un momento de par se ejerce en el cuerpo por el apoyo.

NOTA IMPORTANTE



Sólo un cojinete o pasador único pueden evitar la rotación al proporcionar un momento de par resistente. Sin embargo, es comúnmente preferido el usar dos o más cojinetes o pasadores propiamente alineados. En estos casos, únicamente se generan fuerzas reactivas pero no momentos.

ECUACIONES DE EQUILIBRIO (Sección 5.6)

Como se estableció con anterioridad, cuando un cuerpo está en equilibrio, la fuerza y el momento netos son iguales a cero, es decir, $\sum \boldsymbol{F} = 0$ y $\sum \boldsymbol{M_O} = 0$.

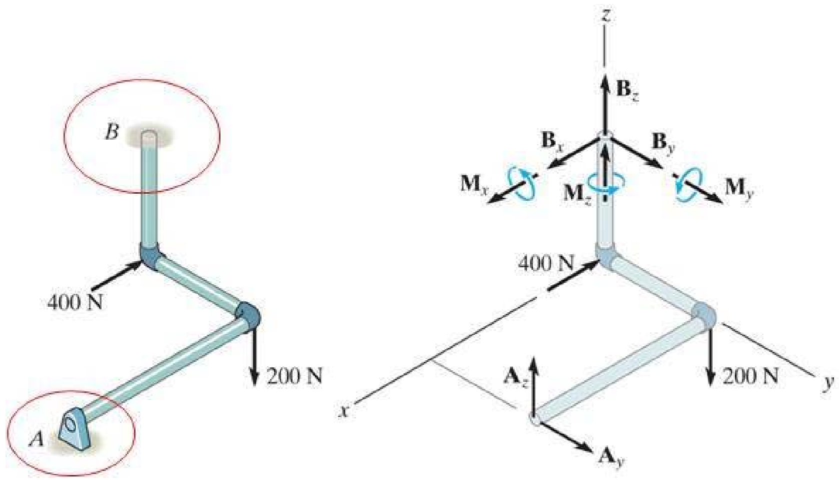
Estas dos ecuaciones vectoriales se pueden escribir como seis ecuaciones escalares de equilibrio (E-de-E). Estas son:

$$\sum F_X = \sum F_Y = \sum F_Z = 0$$

$$\sum M_X = \sum M_Y = \sum M_Z = 0$$

Las ecuaciones de momento se pueden determinar con respecto a cualquier punto. Usualmente, la selección del punto donde el número máximo de fuerzas desconocidas estén presentes simplifica la solución. Cualquier punto que pase a través del punto desde el cual se están tomando en cuenta los momentos no aparece en la ecuación de momento.

RESTRICCIONES Y DETERMINACIÓN ESTÁTICA (Sección 5.7)

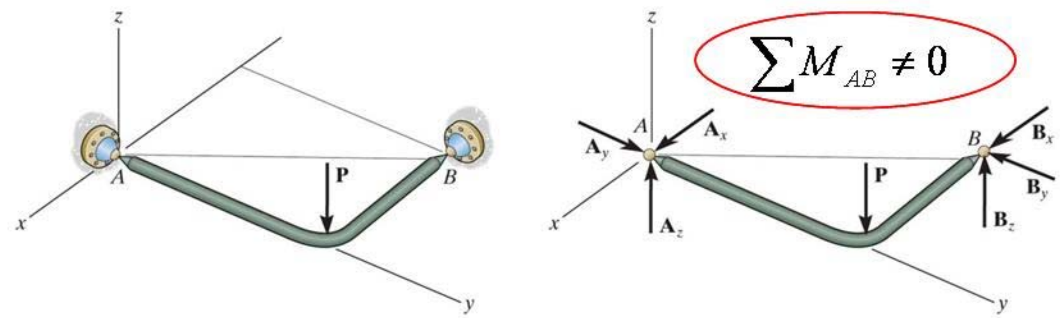


Restricciones Redundantes: Cuando un cuerpo posee más apoyos que los necesarios para mantenerlo en equilibrio, se vuelve estáticamente indeterminado.

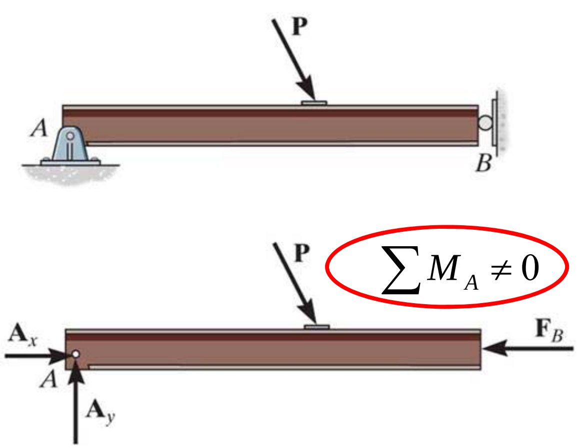
Un problema que es estáticamente indeterminado tiene más incógnitas que ecuaciones de equilibrio.

¿Se emplean las estructuras estáticamente indeterminadas en la práctica? ¿por qué, o por qué no?

RESTRICCIONES IMPROPIAS



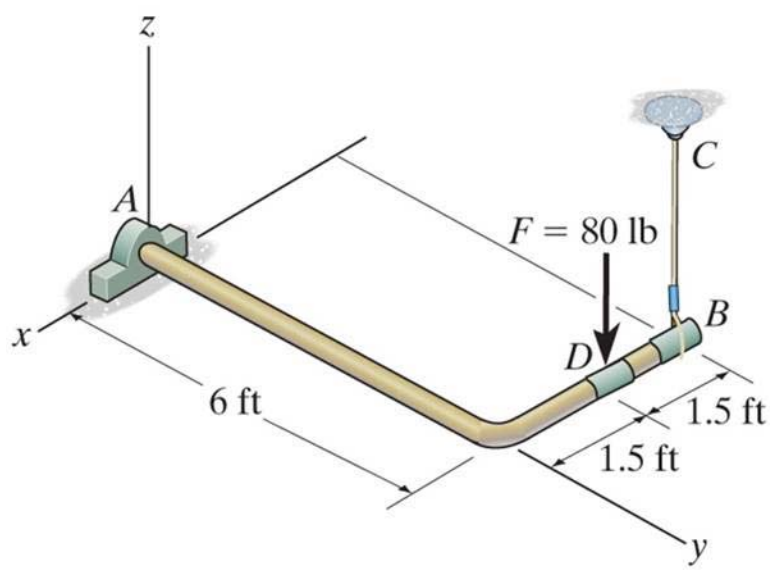
Aquí, a pesar de que tenemos 6 incógnitas, ¡no hay nada que restrinja la rotación respecto al eje AB!



En algunos casos, puede que haya tantas reacciones desconocidas como haya ecuaciones de equilibrio.

Sin embargo, si los apoyos no están adecuadamente restringidos, el cuerpo se puede volver inestable para algunos casos de carga.

EJEMPLO I



Dado: La barra, suportada por el cojinete de empuje en A y el cable BC, está sometida a una fuerza de 80 lb.

Halle: Las reacciones en el cojinete de empuje A y el cable BC.

Plan:

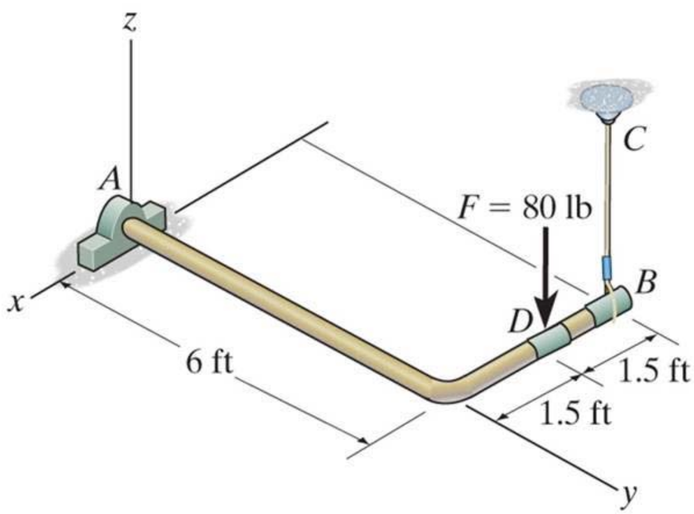
a) Use los ejes X, Y y Z establecidos.

b) Dibuje un DCL de la barra.

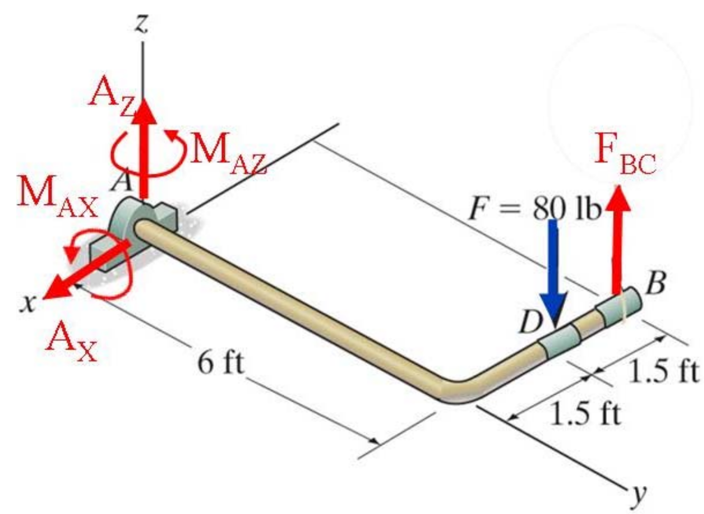
c) Escriba las fuerzas utilizando las ecuaciones escalares.

d) Aplique las ecuaciones de equilibrio escalar para resolver para las fuerzas desconocidas.

EJEMPLO I (continuado)



DCL de la barra



Aplicando las ecuaciones de equilibrio escalar en el orden apropiado, obtenemos

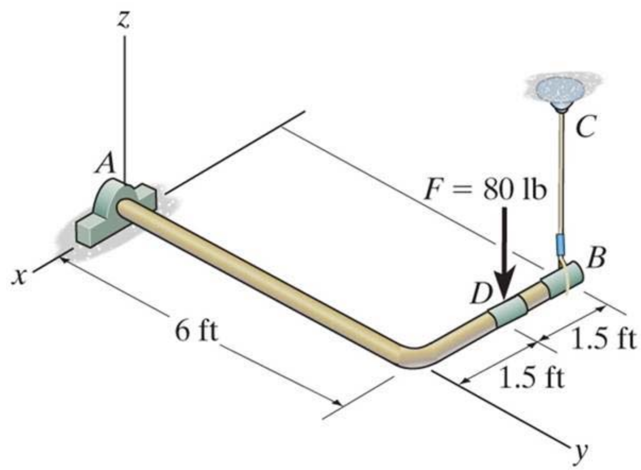
$\sum F_X = A_X = 0$; $\underline{A_X = 0}$

$\sum F_Z = A_Z + F_{BC} - 80 = 0$;

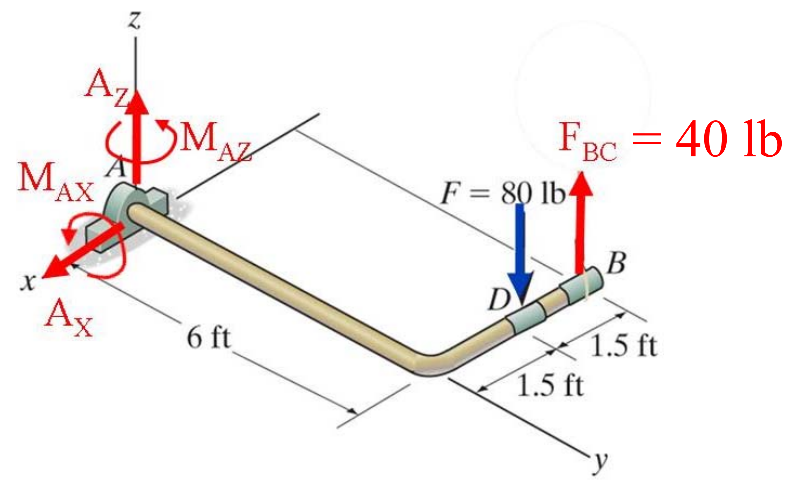
$\sum M_Y = -80\ (1.5) + F_{BC}\ (3.0) = 0$;

Resolviendo las últimas dos ecuaciones: $\underline{F_{BC} = 40 \text{ lb}}$, $\underline{A_Z = 40 \text{ lb}}$

EJEMPLO I (continuado)



DCL de la barra



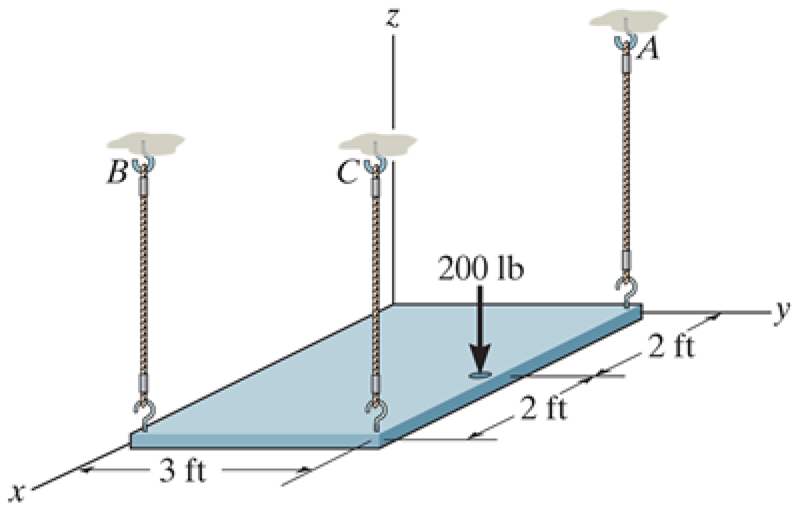
Ahora, ¿con respecto a qué punto escribimos las ecuaciones escalares de momento?

¡El punto A!

$M_X = (M_A)_X + 40\ (6) - 80\ (6) = 0$; $\underline{(M_A)_X = 240 \text{ lb ft CR}}$

$\sum M_Z = (M_A)_Z = 0$; $\underline{(M_A)_Z = 0}$

EJEMPLO II



Dado: La placa uniforme posee un peso de 500 lb, y está siendo soportada por tres cables.

Halle: La tensión en cada uno de los cables de apoyo.

Plan:

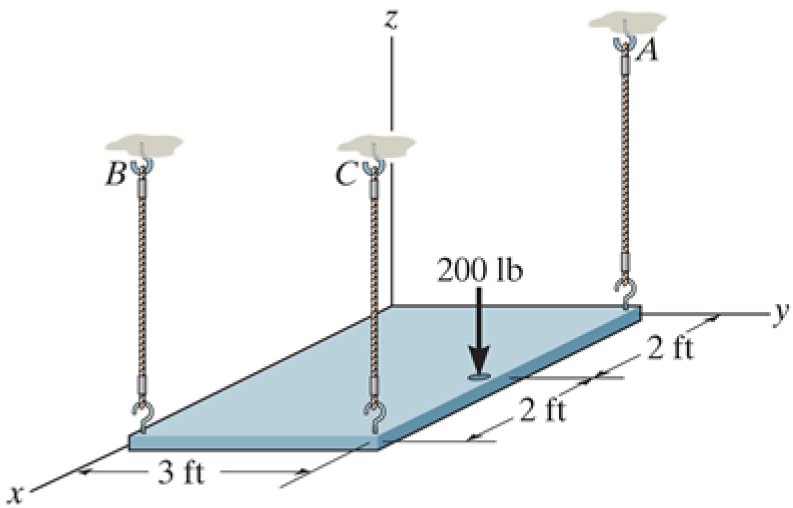
a) Use los ejes X, Y y Z establecidos.

b) Dibuje un DCL de la placa.

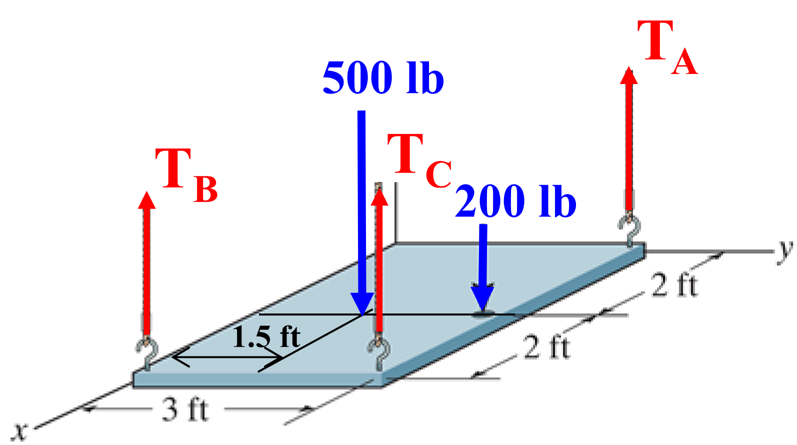
c) Escriba las fuerzas utilizando las ecuaciones escalares.

d) Aplique las ecuaciones de equilibrio escalar para resolver para las fuerzas desconocidas.

EJEMPLO II (continuado)



DCL de la placa:



Aplicando las ecuaciones escalares de equilibrio:

$$\Sigma F_z = T_A + T_B + T_C - 200 - 500 = 0 \qquad (1)$$

$$\Sigma M_x = T_A (3) + T_C (3) - 500\,(1.5) - 200\,(3) = 0 \qquad (2)$$

$$\Sigma M_y = -\,T_B (4) - T_C (4) + 500\,(2) + 200\,(2) = 0 \qquad (3)$$

EJEMPLO II (continuado)

$$\Sigma F_z = T_A + T_B + T_C - 200 - 500 = 0 \qquad (1)$$

$$\Sigma M_x = T_A (3) + T_C (3) - 500 (1.5) - 200 (3) = 0 \qquad (2)$$

$$\Sigma M_y = - T_B (4) - T_C (4) + 500 (2) + 200 (2) = 0 \qquad (3)$$

Usando las ecuaciones (2) y (3), exprese T_A y T_B en función de T_C:

Ec. (2) $\Rightarrow$ $T_A = 450 - T_C$

Ec. (3) $\Rightarrow$ $T_B = 350 - T_C$

Sustituyendo los resultados en la Ec. (1) & resolviendo para T_C

Eq. (1) $\Rightarrow$ $(450 - T_C) + (350 - T_C) + T_C - 200 - 500 = 0$

$\underline{T_C = 100 \text{ lb}} \uparrow$

$\underline{T_A = 350 \text{ lb}} \uparrow$ y $\underline{T_A = 250 \text{ lb}} \uparrow$

PRUEBA CONCEPTUAL

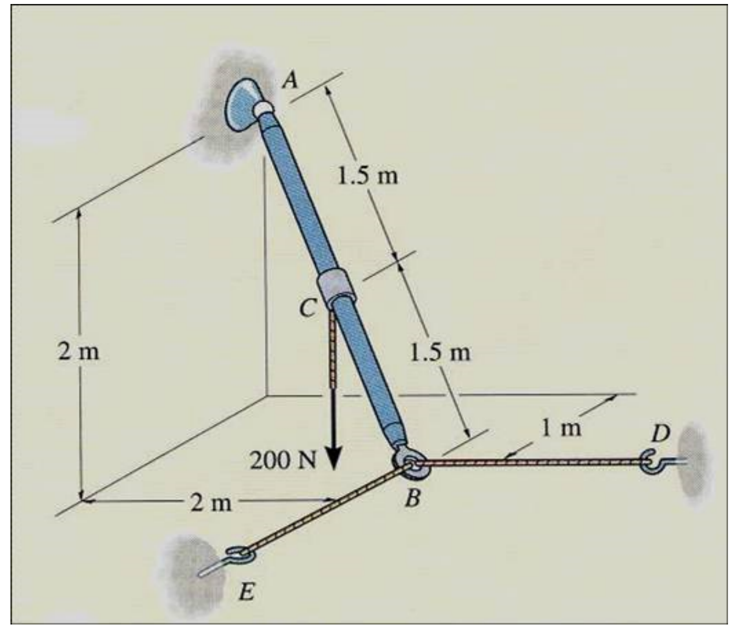
1. La barra AB está siendo soportada por dos cables en B y una articulación de rótula en A. ¿Cuántas reacciones en los apoyos desconocidas existen en este problema?

   A) Cinco fuerzas y una reacción de momento

   B) Cinco reacciones de fuerza

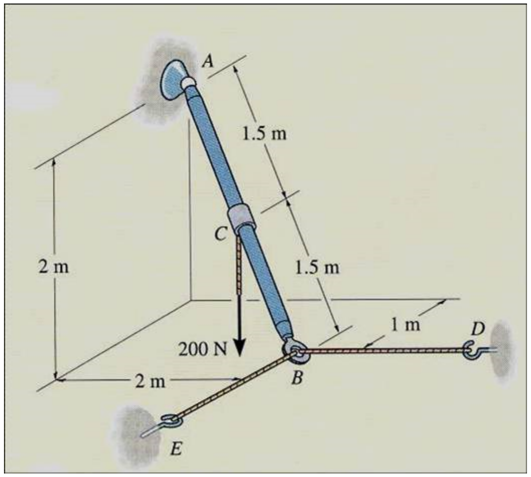
   C) Tres reacciones de fuerza y tres de momento

   D) Cuatro reacciones de fuerza y dos de momento



PRUEBA CONCEPTUAL (continuada)

2. Si un momento de par adicional en la dirección vertical se aplicara a la barra AB en el punto C, entonces ¿qué le sucedería a la barra?



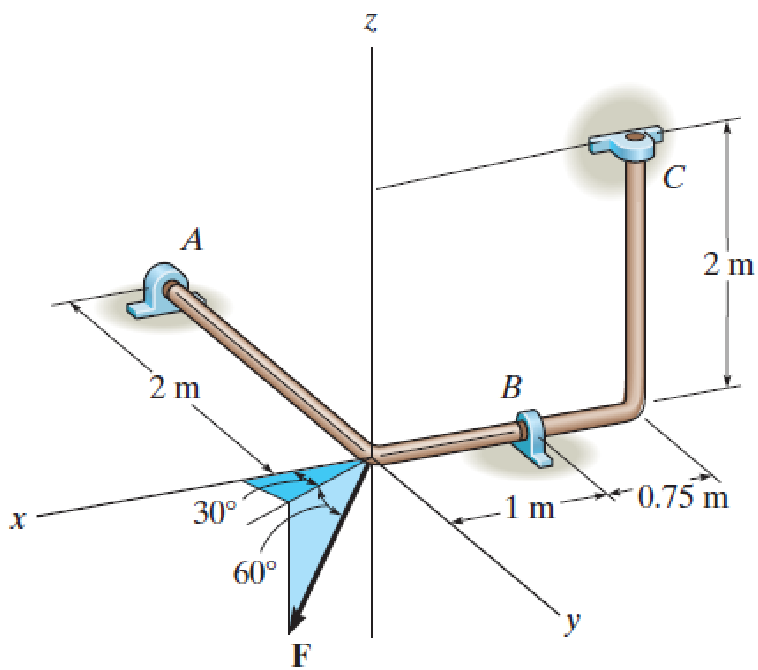
A) La barra permanece en equilibrio ya que los cables proveen de las reacciones de apoyo necesarias.

B) La barra permanece en equilibrio porque la junta de articulación de rótula proporcionará las reacciones resistentes necesarias.

C) La barra se vuelve inestable debido a que los cables no pueden tolerar fuerzas de compresión.

D) La barra se vuelve inestable ya que un momento respecto a AB no puede ser restringido.

SOLUCIÓN DE PROBLEMA GRUPAL



Dado: Una barra doblada se apoya en unos cojinetes lisos en A, B, y C. F=800 N. Asuma que la barra está alineada adecuadamente.

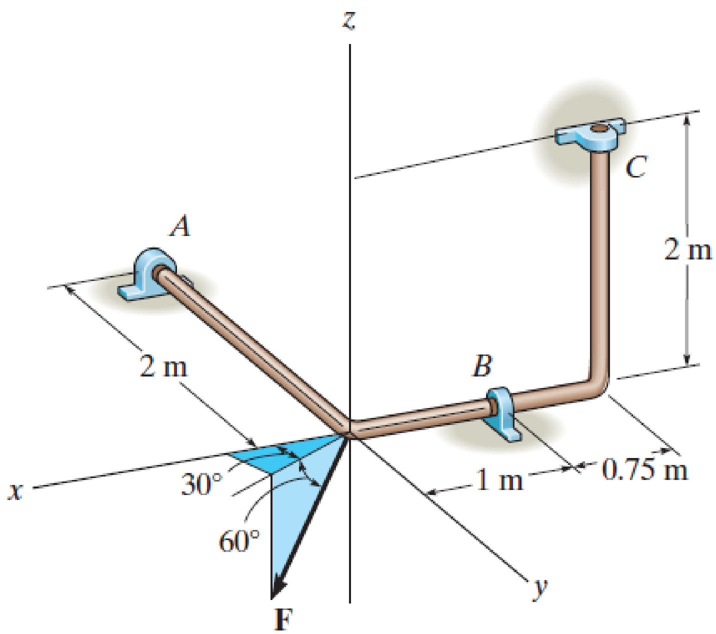
Halle: Las reacciones en todos los apoyos.

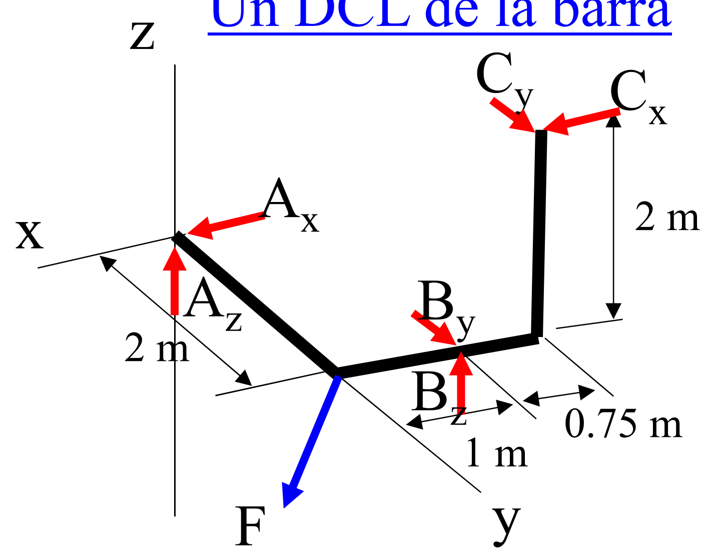
Plan:

a) Dibuje un DCL de la barra.

b) Aplique las ecuaciones escalares de equilibrio para resolver para las incógnitas.

SOLUCIÓN DE PROBLEMA GRUPAL (continuada)





Las componentes X, Y y Z de la fuerza F son $\boldsymbol{F} = 346.4\ \boldsymbol{i} + 200\ \boldsymbol{j} - 692.8\ \boldsymbol{k}$

$F_x = (800 \cos 60°) \cos 30° = 346.4$ N

$F_y = (800 \cos 60°)$ sen $30° = 200$ N

$F_z = 800$ sen $60° = (-)\ 692.8$ N

SOLUCIÓN DE PROBLEMA GRUPAL (continuada)

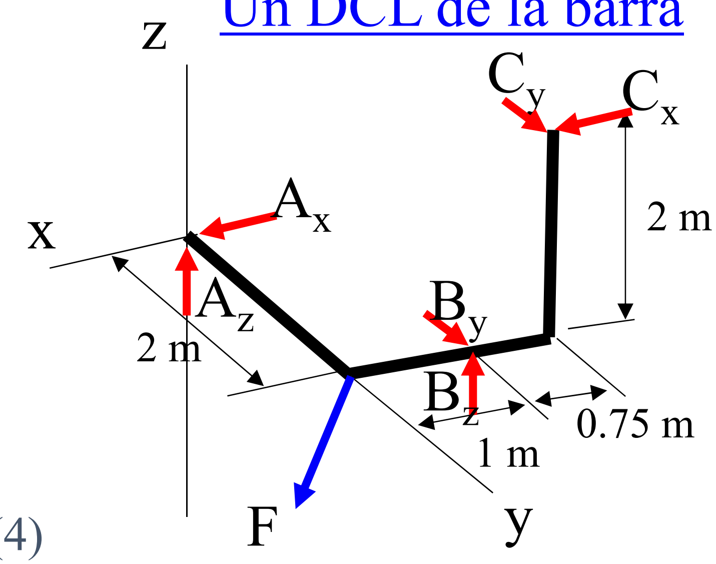
Aplicando las ecuaciones escalares de equilibrio, obtenemos,

$$\Sigma F_x = A_x + C_x + 346.4 = 0 \qquad (1)$$

$$\Sigma F_y = 200 + B_y + C_y = 0 \qquad (2)$$

$$\Sigma F_z = A_z + B_z - 692.8 = 0 \qquad (3)$$

Un DCL de la barra



$$\Sigma M_x = -C_y(2) + B_z(2) - 692.8(2) = 0 \qquad (4)$$

$$\Sigma M_y = B_z(1) + C_x(2) = 0 \qquad (5)$$

$$\Sigma M_z = -C_y(1.75) - C_x(2) - B_y(1) - 346.4(2) = 0 \qquad (6)$$

Recuerde
$\boldsymbol{F} = 346.4\,\boldsymbol{i} + 200\,\boldsymbol{j} - 692.8\,\boldsymbol{k}$

Resolviendo las ecuaciones (1) hasta la (6),

$A_x = 400$ N, $B_y = 600$ N, $C_x = 53.6$ N

$A_z = 800$ N, $B_z = -107$ N, $C_y = 800$ N

PRUEBA DE ATENCIÓN

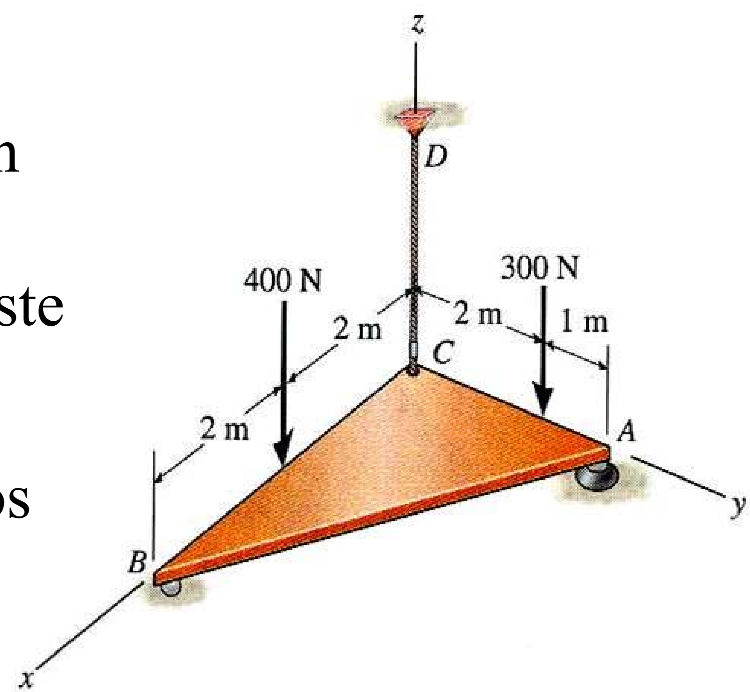
1. Una placa está apoyada por una articulación de rótula en A, un rodillo en la junta B, y un cable en C. ¿Cuántas reacciones en los apoyos desconocidas existen en este problema?

   A) Cuatro fuerzas y dos momentos

   B) Seis fuerzas

   C) Cinco fuerzas

   D) Cuatro fuerzas y un momento



PRUEBA DE ATENCIÓN

2. ¿Cuál sería la manera más fácil de determinar la reacción de fuerza B_Z?

   A) Ecuación escalar $\sum F_Z = 0$

   B) Ecuación vectorial $\sum \boldsymbol{M_A} = 0$

   C) Ecuación escalar $\sum M_Z = 0$

   D) Ecuación escalar $\sum M_Y = 0$