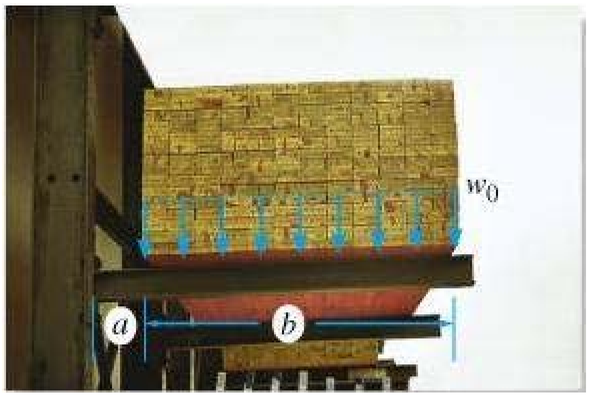
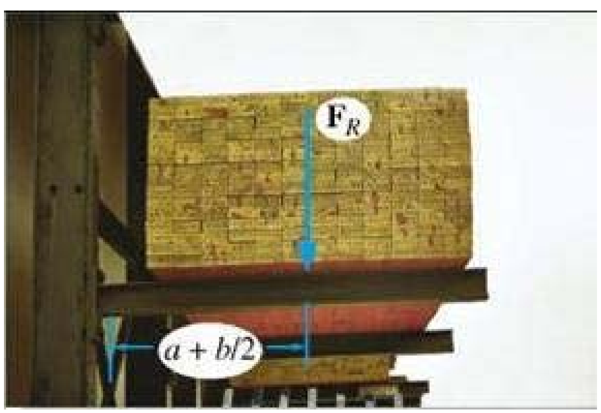
REDUCCIÓN DE UNA CARGA DISTRIBUIDA SIMPLE

Objetivos del día de hoy:

Los estudiantes serán capaces de determinar una fuerza equivalente para una carga distribuida.



=

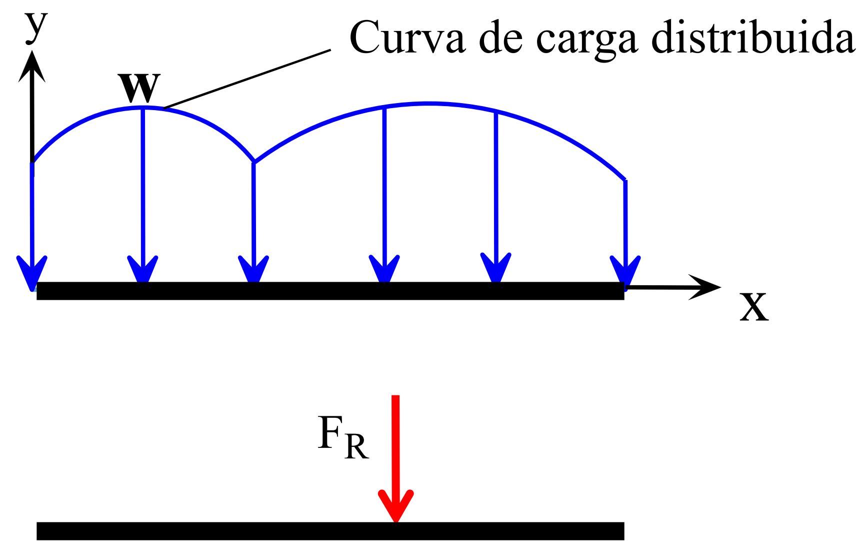


Actividades en clase:

- Revisión de tareas
- Prueba de lectura
- Aplicaciones
- Fuerza Equivalente
- Prueba conceptual
- Solución grupal de problemas
- Prueba de atención

PRUEBA DE LECTURA

1. La fuerza resultante (F_R) debida a una carga distribuida es equivalente _____ bajo la curva de carga distribuida, w = w(x).



A) al centroide B) a la long. de arco

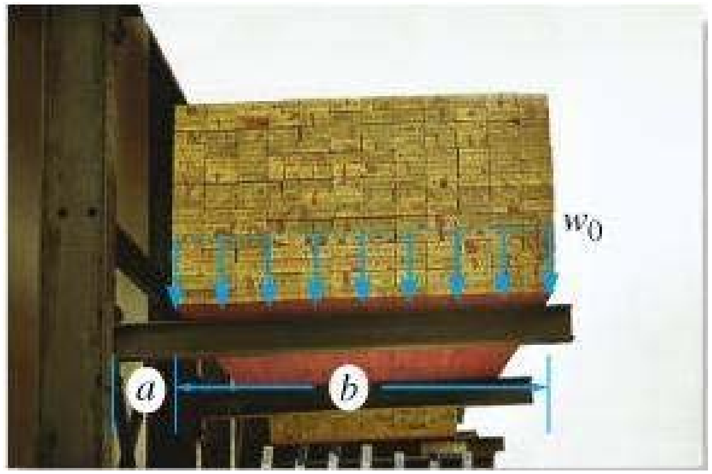
C) al área D) al volumen

2. La línea de acción de la fuerza equivalente de la carga distribuida pasa a través del ______ de la carga distribuida.

A) Centroide B) Punto medio

C) Borde izquierdo D) Borde derecho

APLICACIONES



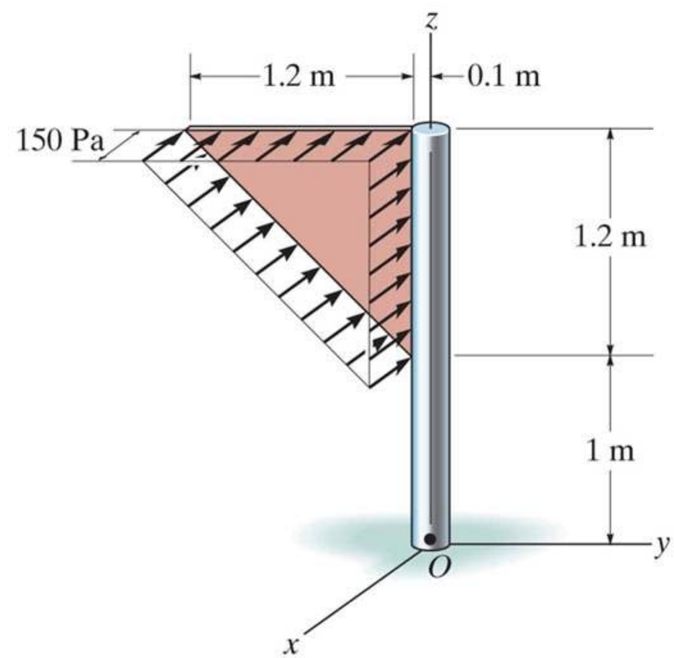
Existe un conjunto de tablas de madera de 2" x 4" amontanadas en un anaquel de almacenamiento. Estas piezas de madera proporcionan una carga distribuida (debido al peso de la madera) en las vigas que detienen al anaquel.

Para analizar el efecto de las cargas en las vigas de acero, es comúnmente útil el reducir esta carga distribuida a una fuerza única. ¿Cómo haría esto?

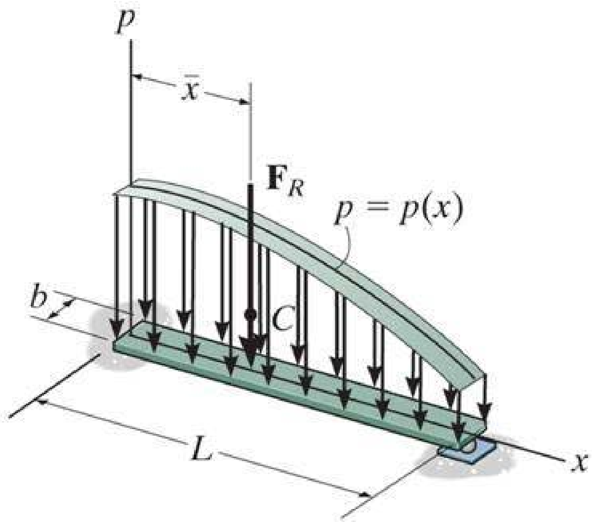
APLICACIONES (continuada)

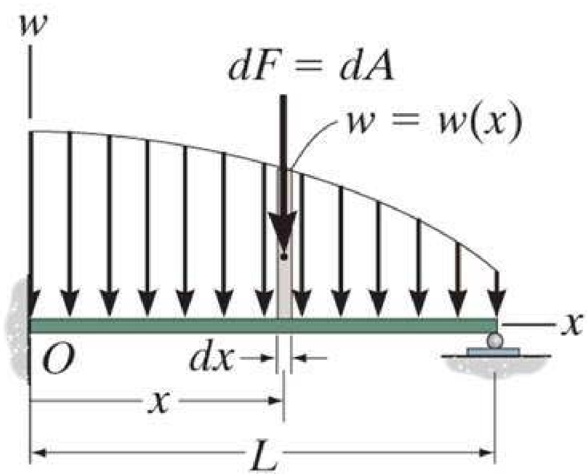
La presión uniforme de viento está actuando en un letrero triangular (mostrado de color café claro).

Para ser capaces de diseñar la junta entre el letrero y el poste, necesitamos determinar una única fuerza resultante equivalente y su ubicación.



CARGAS DISTRIBUIDAS



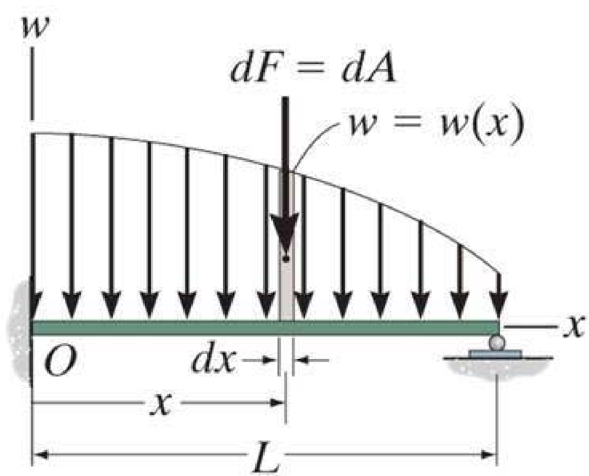


En muchas situaciones, un área superficial de un cuerpo se somete a una carga distribuida. Dichas fuerzas son causadas por el viento, fluidos, o el peso de ítems sobre la superficie del cuerpo.

Analizaremos el caso más común de una carga de presión distribuida. Esta es una carga uniforme a lo largo de un eje de un cuerpo plano rectangular.

En dichos casos, w es una función de x y tiene unidades de fuerza por longitud.

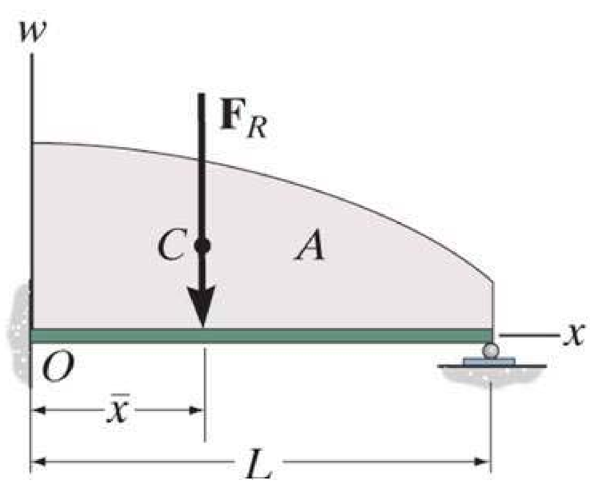
MAGNITUD DE LA FUERZA RESULTANTE



Considere un elemento de longitud dx.

La magnitud de la fuerza dF actuando en él está dada por

$$dF = w(x)\, dx$$

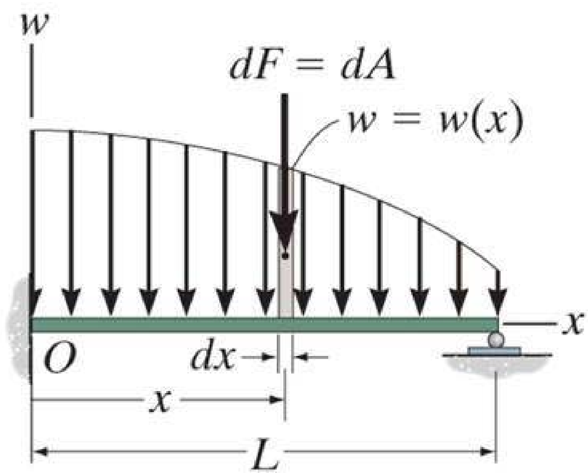


La fuerza neta en la viga está dada por:

$$+\downarrow\ F_R = \int_L dF = \int_L w(x)\, dx = A$$

Aquí A es el área bajo la curva de carga w(x).

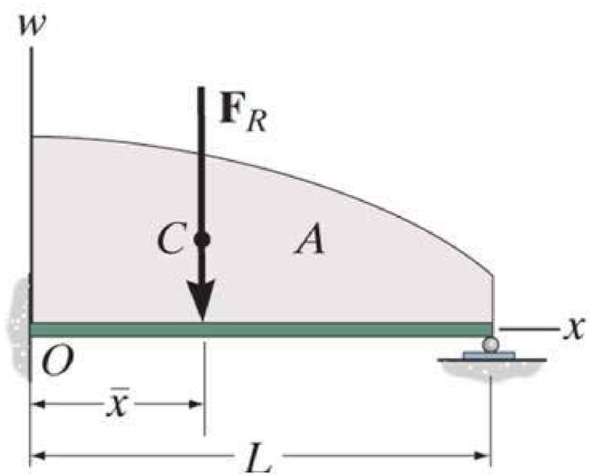
LOCALIZACIÓN DE LA FUERZA RESULTANTE



La fuerza dF producirá un momento de (x)(dF) con respecto al punto O.

El momento total alrededor del punto O se obtiene como

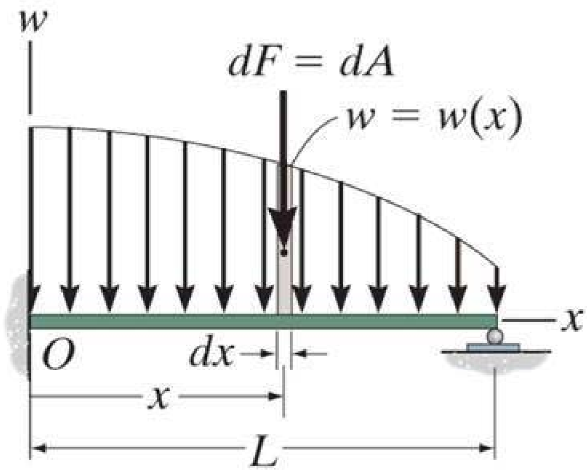
$$\curvearrowleft + \; M_{RO} = \int_L x \, dF = \int_L x \, w(x) \, dx$$



Asumiendo que F_R actúa en $\bar{x}$, producirá el momento respecto al punto O como:

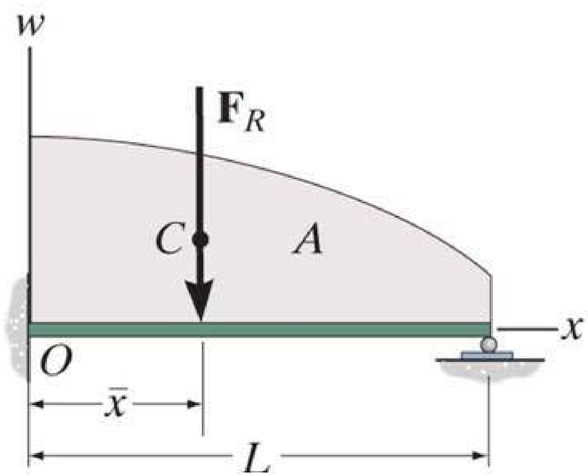
$$\curvearrowleft + \; M_{RO} = (\bar{x}) \, (F_R) = \bar{x} \int_L w(x) \, dx$$

LOCALIZACIÓN DE LA FUERZA RESULTANTE (continuada)



Al comparar las últimas dos ecuaciones, obtenemos que

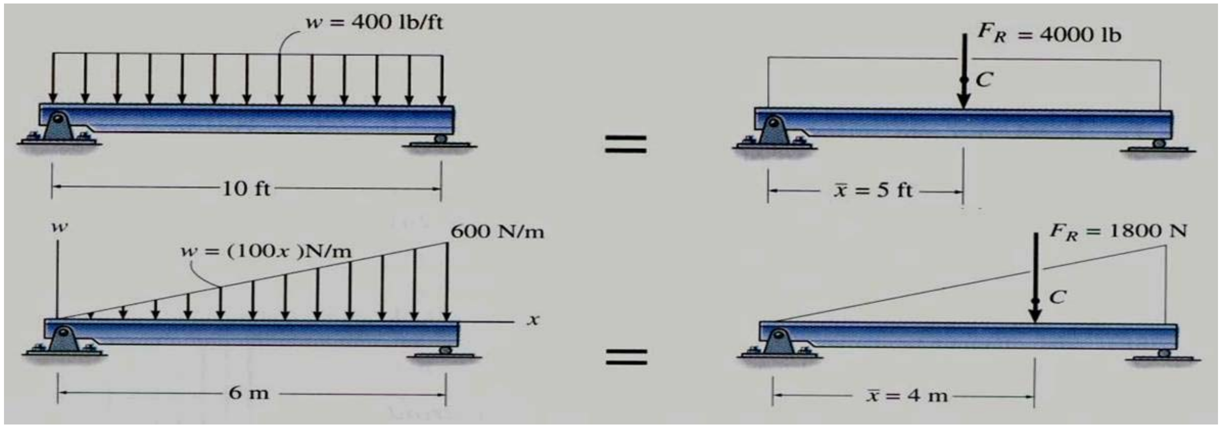
$$\bar{x} = \frac{\int_L x w(x)\, dx}{\int_L w(x)\, dx} = \frac{\int_A x\, dA}{\int_A dA}$$



Aprenderá con más detalle después, que F_R actúa a través de un punto "C," que se denomina centro geométrico o centroide del área bajo la curva de carga w(x).

EJEMPLO I

Hasta que aprenda más sobre centroides, consideraremos solo diagramas de carga rectangulares y triangulares cuyos centroides estén bien definidos y se muestren en la cubierta trasera interior de su libro de texto.

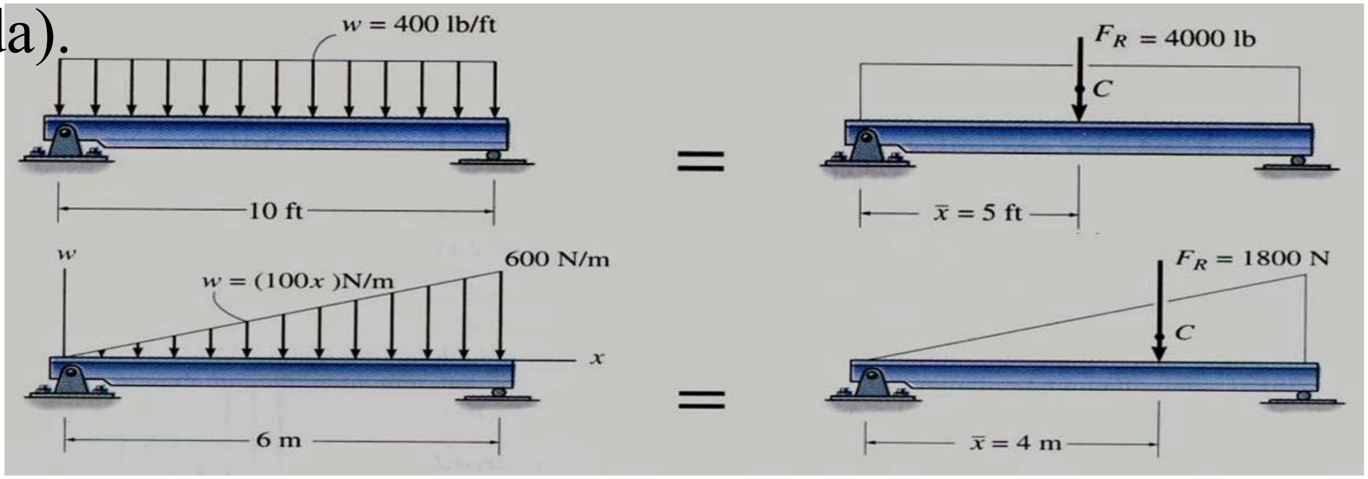


Mire la cubierta trasera interior de su libro de texto. Usted deberá encontrar los casos del rectángulo y del triángulo. ¡Encontrar el área del rectángulo y su centroide es fácil!

Observe que el triángulo presenta un reto mayor pero aún así es demasiado directo.

EJEMPLO I (continuado)

Ahora terminemos los cálculos para encontrar las cargas concentradas (lo que es un nombre común para la resultante de la carga distribuida).



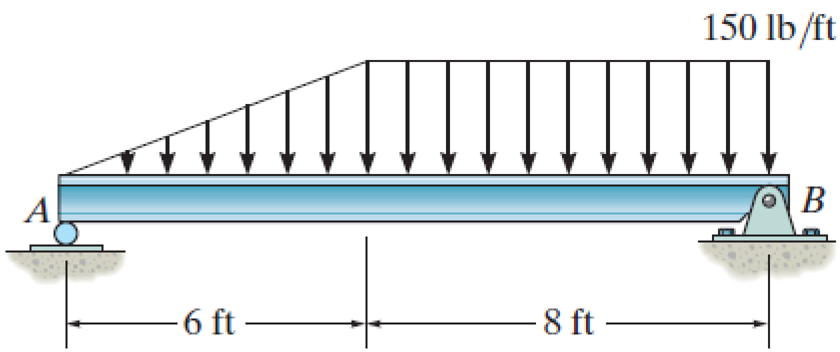
La carga rectangular: $F_R = 400 \times 10 =$ 4,000 lb y $\bar{x}$ = 5 ft.

La carga triangular:

$F_R = (0.5)\,(600)\,(6) =$ 1,800 N y $\bar{x} = 6 - (1/3)\,6 =$ 4 m.

Por favor note que el centroide de un triángulo rectángulo se encuentra a una distancia de un tercio del ancho del triángulo medida a partir de su base.

EJEMPLO II



Dado: La carga en la viga como se muestra.

Halle: La fuerza equivalente y su localización a partir del punto A.

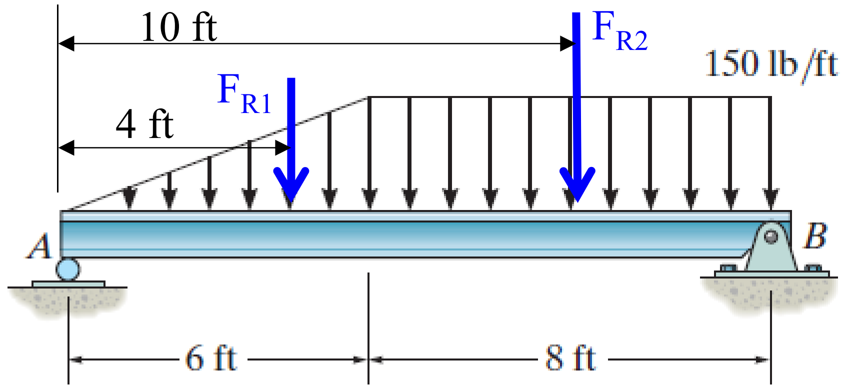
Plan:

1) La carga distribuida se puede dividir en dos partes. (Una carga rectangular y una carga triangular).

2) Halle F_R y su localización para cada una de las cargas distribuidas.

3) Encuentre la F_R general de las cargas puntuales y su localización.

EJEMPLO II (continuado)



Para la carga triangular de altura de 150 lb/ft y ancho de 6 ft,

F_{R1} = (0.5) (150) (6) = 450 lb

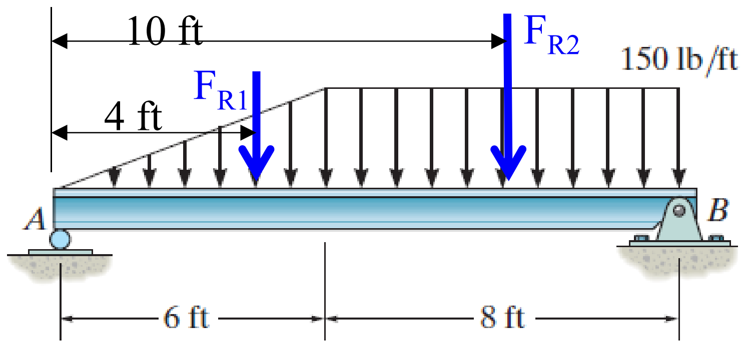
Y su línea de acción está en $\bar{x}_1$ = (2/3)(6) = 4 ft a partir de A

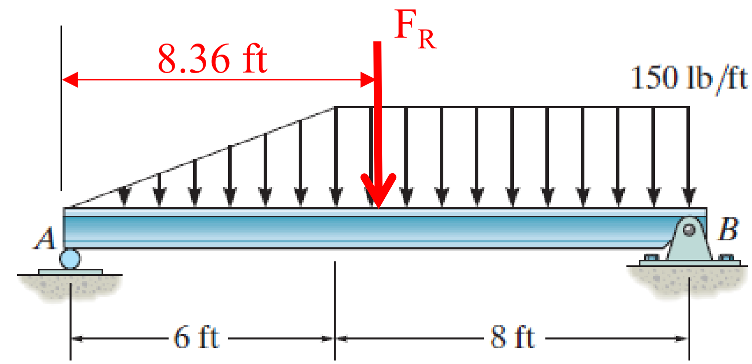
Para la carga rectangular de altura de 150 lb/ft y ancho de 8 ft,

F_{R2} = (150) (8) = 1200 lb

Y su línea de acción está en $\bar{x}_2$= 6 + (1/2)(8) = 10 ft a partir de A

EJEMPLO II (continuado)





La fuerza equivalente y el momento de par en A serán

$$F_R = 450 + 1200 = \underline{1650 \text{ lb}}$$

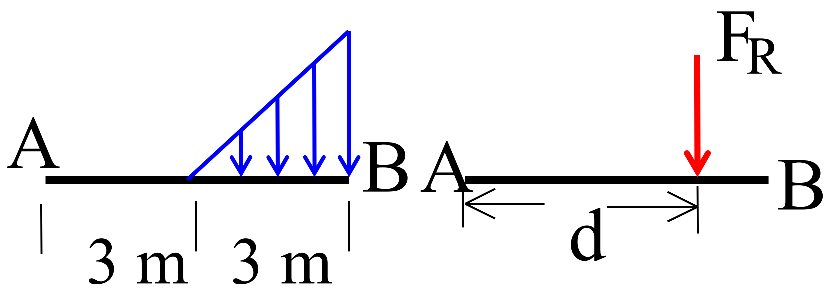
$$+\circlearrowleft M_{RA} = 4\,(450) + 10(1200) = \underline{13800 \text{ lb}\cdot\text{ft}}$$

Como $(F_R\, \bar{x})$ debe igualar a M_{RA} : $1650\, \bar{x} = 13800$

Despeje para $\bar{x}$ para hallar la ubicación de la fuerza equivalente.

$\bar{x}$ = 8.36 ft a partir de A.

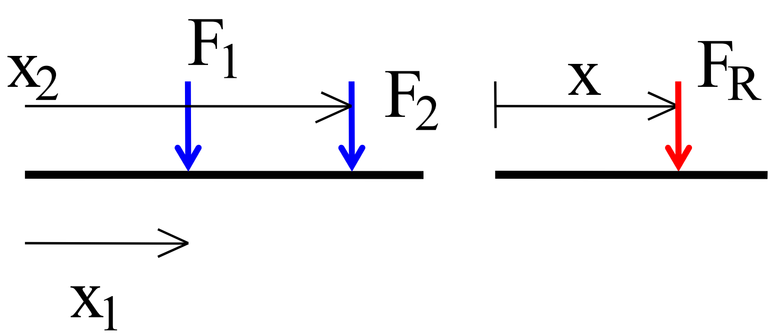
PRUEBA CONCEPTUAL



1. ¿Cuál es la localización de F_R, es decir, la distancia d?

A) 2 m B) 3 m C) 4 m

D) 5 m E) 6 m

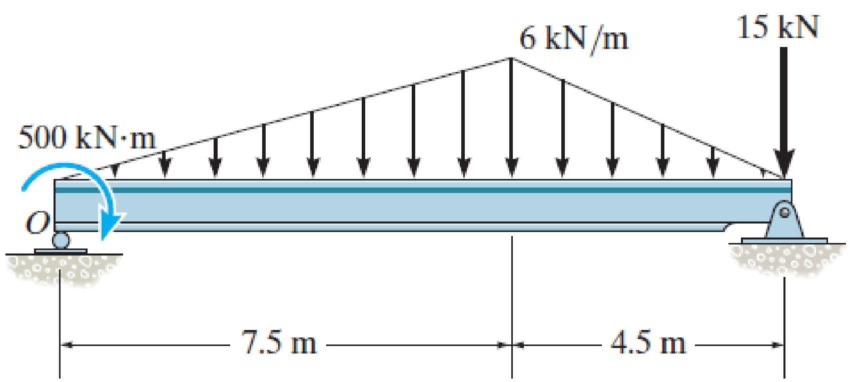


2. Si $F_1 = 1$ N, $x_1 = 1$ m, $F_2 = 2$ N y $x_2 = 2$ m, ¿cuál es la localización de F_R, es decir, la distancia x.

A) 1 m B) 1.33 m C) 1.5 m

D) 1.67 m E) 2 m

SOLUCIÓN DE PROBLEMA GRUPAL



Dado: La carga distribuida en la viga como se muestra

Halle: La fuerza equivalente y par de momento actuando en el punto O.

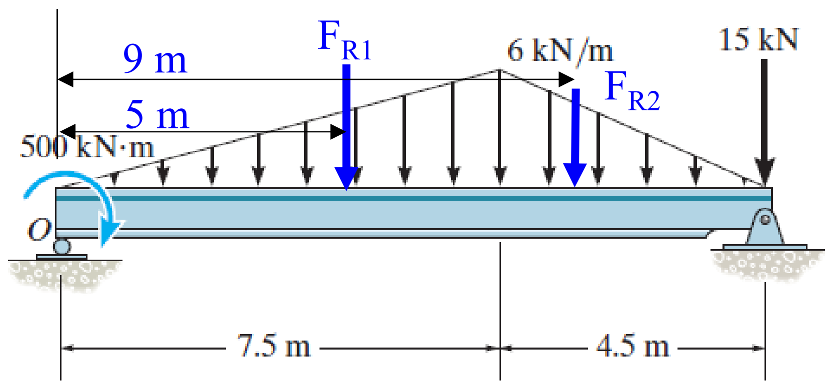
Plan:

1) La carga distribuida se puede dividir en dos partes – dos cargas triangulares.

2) Halle F_R y su localización para cada una de estas cargas distribuidas.

3) Determine la F_R general de las cargas puntuales y el momento respecto al punto O.

SOLUCIÓN DE PROBLEMA GRUPAL (continuada)



Para la carga triangular de la izquierda de altura de 6 kN/m y ancho de 7.5 m,

F_{R1} = (0.5) (6) (7.5) = 22.5 kN

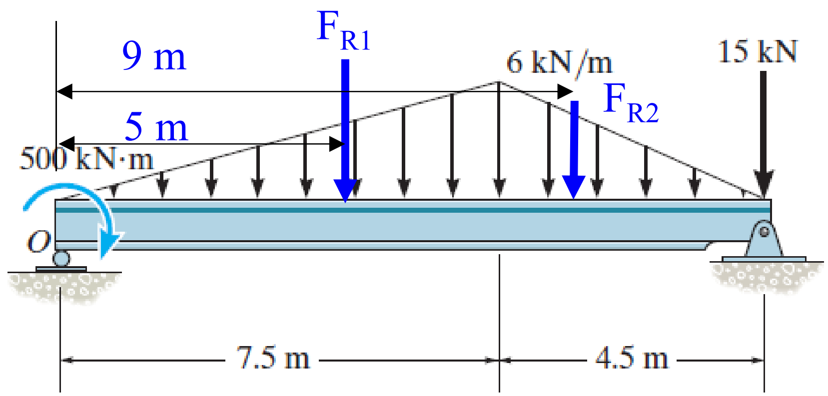
Y su línea de acción está en $\bar{x}_1 = (2/3)(7.5) =$ 5 m a partir de O

Para la carga triangular de la derecha de altura de 6 kN/m y ancho de 4.5 m,

F_{R2} = (0.5) (6) (4.5) = 13.5 kN

Y su línea de acción está en $\bar{x}_2 = 7.5 + (1/3)(4.5) =$ 9 m a partir de O

SOLUCIÓN DE PROBLEMA GRUPAL (continuada)



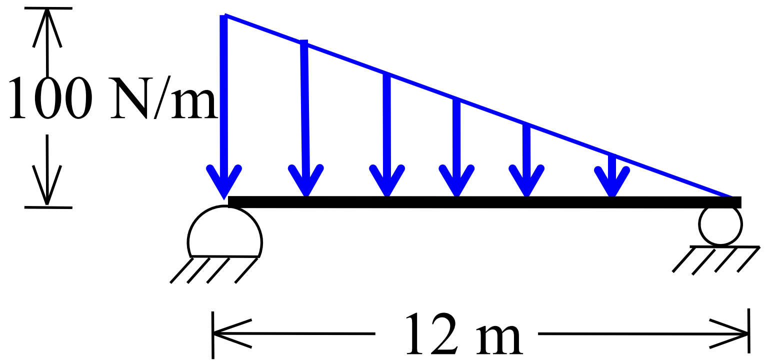
Para la carga combinada de las tres fuerzas, súmelas.

$$F_R = 22.5 + 13.5 + 15 = 51 \text{ kN}$$

El momento de par en el punto O será

$$+\circlearrowleft M_{RO} = 500 + 5\,(22.5) + 9\,(13.5) + 12\,(15) = 914 \text{ kN·m}$$

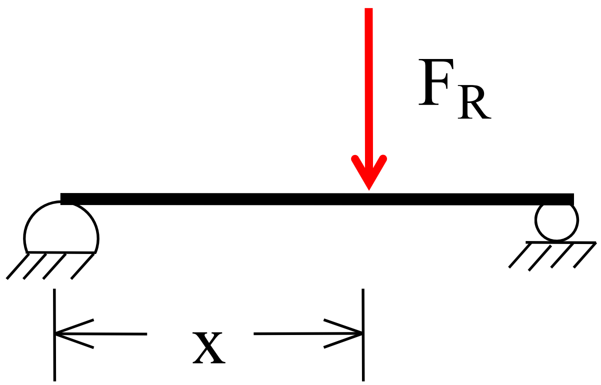
PRUEBA DE ATENCIÓN



1. F_R = ________________

A) 12 N B) 100 N

C) 600 N D) 1200 N



2. x = ______________.

A) 3 m B) 4 m

C) 6 m D) 8 m