VECTORES DE POSICIÓN Y DE FUERZA

Objetivos del día de hoy:

El estudiante será capaz de:

a) Representar un vector de posición en la forma de coordenadas cartesianas, a partir de la geometría dada.

b) Representar un vector de fuerza dirigido a lo largo de una línea.

Actividades en clase:

- Revisar tareas
- Prueba de lectura
- Aplicaciones / Relevancia
- Anotar vectores de posición
- Anotar vectores de fuerza a lo largo de una línea
- Prueba conceptual
- Problema grupal
- Prueba de atención

PRUEBA DE LECTURA

1. El vector de posición $\boldsymbol{r}_{PQ}$ se obtiene de las:
   A) Coordenadas de Q menos las coordenadas del origen
   B) Coordenadas de P menos las coordenadas de Q
   C) Coordenadas de Q menos las coordenadas de P
   D) Coordenadas del origen menos las coordenadas de P

2. Una fuerza de magnitud F, dirigida a lo largo del vector unitario $\boldsymbol{U}$, está dada por $\boldsymbol{F}$ = _____ .
   A) F ($\boldsymbol{U}$)
   B) $\boldsymbol{U}$ / F
   C) F / $\boldsymbol{U}$
   D) F + $\boldsymbol{U}$
   E) F – $\boldsymbol{U}$

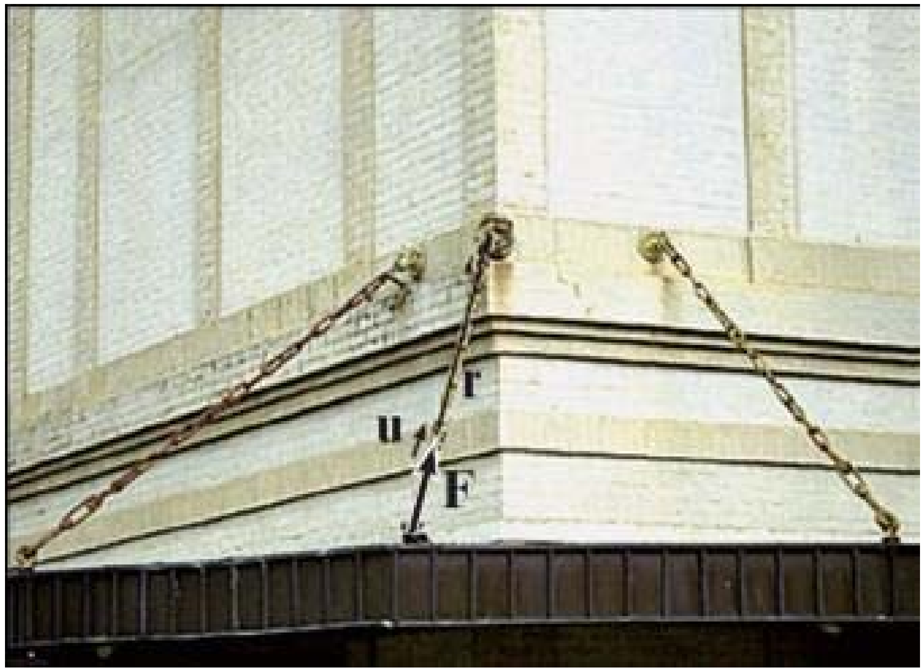
APLICACIONES

La línea de amarre de esta embarcación, conectada a la proa, se puede representar como un vector cartesiano.

¿Cuáles son las fuerzas en la línea de amarre y cómo encontramos sus direcciones?

¿Por qué querríamos saber estas cosas?

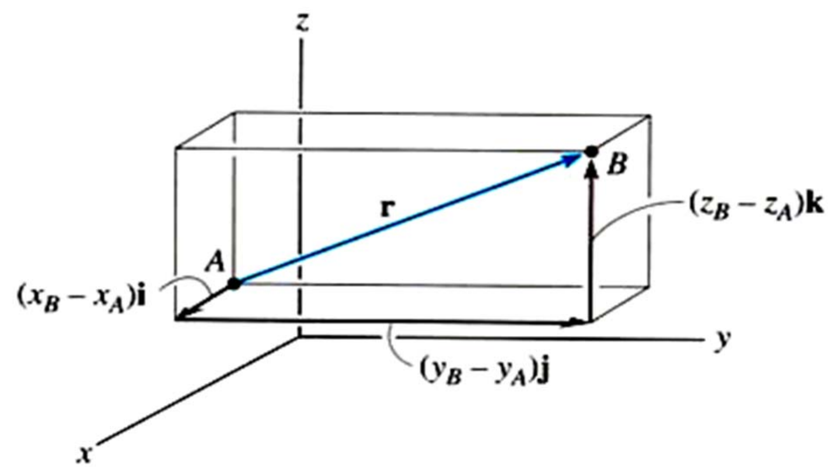
APLICACIONES (Continuada)



Esta marquesina está siendo soportada por tres cadenas. ¿Cuáles son las fuerzas en las cadenas y cómo encontramos sus direcciones?, ¿por qué querríamos saber estas cosas?

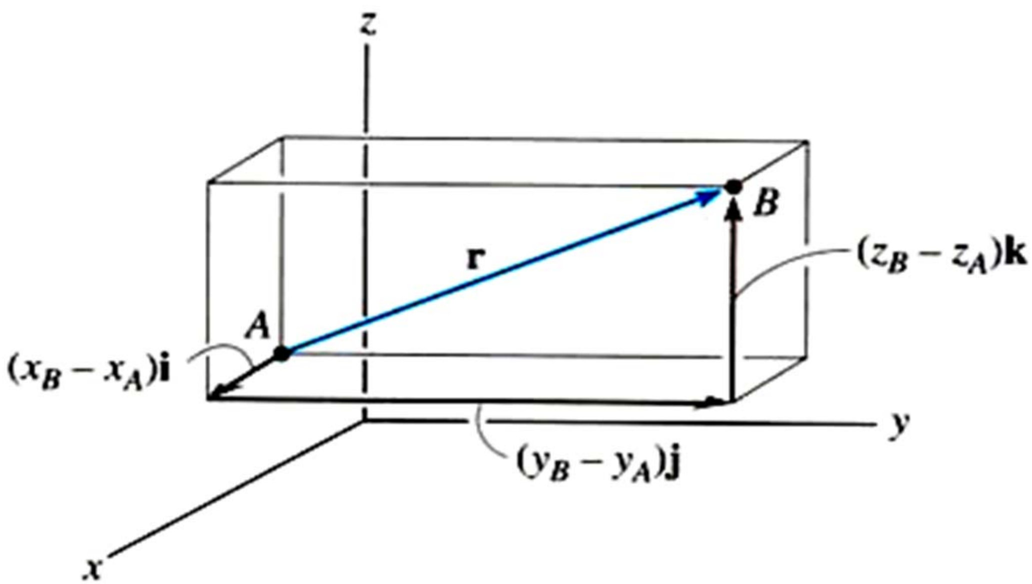
VECTOR DE POSICIÓN

Un vector de posición se define como un vector fijo que ubica a un punto en el espacio con relación a otro punto.



Considere dos puntos, A y B, en el espacio 3-D. Sean sus coordenadas (X_A, Y_A, Z_A) y (X_B, Y_B, Z_B), respectivamente.

VECTOR DE POSICIÓN (Continuada)

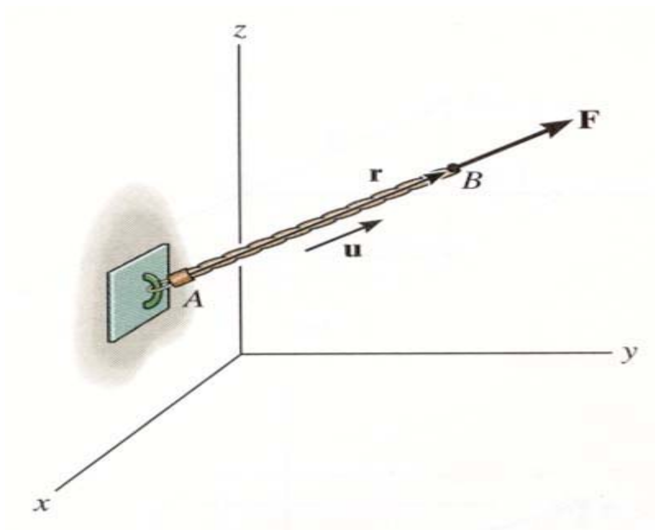


El vector de posición dirigido desde A hacia B, $\boldsymbol{r}_{AB}$, se define como

$$\boldsymbol{r}_{AB} = \{(X_B - X_A)\,\boldsymbol{i} + (Y_B - Y_A)\,\boldsymbol{j} + (Z_B - Z_A)\,\boldsymbol{k}\}\text{m}$$

Por favor dese cuenta que B es el punto de fin, y A es el punto de inicio. ¡SIEMPRE reste las coordenadas de la “cola” de las coordenadas de la “punta”!

VECTOR DE FUERZA DIRIGIDO A LO LARGO DE UNA LÍNEA (Sección 2.8)



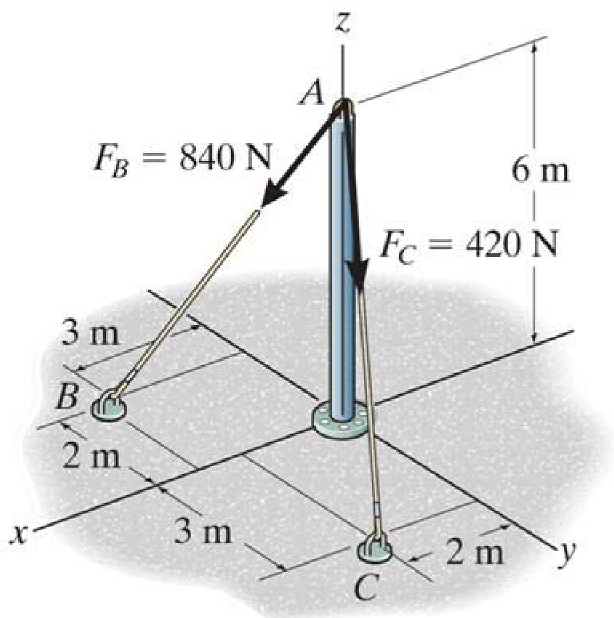
Si una fuerza está dirigida a lo largo de una línea, entonces podemos representar al vector de fuerzas en las coordenadas cartesianas empleando un vector unitario y la magnitud de la fuerza. Así que necesitamos:

a) Encontrar el vector de posición, $\boldsymbol{r}_{AB}$, a lo largo de dos puntos en esa línea.

b) Encontrar el vector unitario que describe la dirección de esa línea, $\boldsymbol{u}_{AB} = (\boldsymbol{r}_{AB}/r_{AB})$.

c) Multiplicar el vector unitario por la magnitud de la fuerza, $\boldsymbol{F} = F\ \boldsymbol{u}_{AB}$.

EJEMPLO



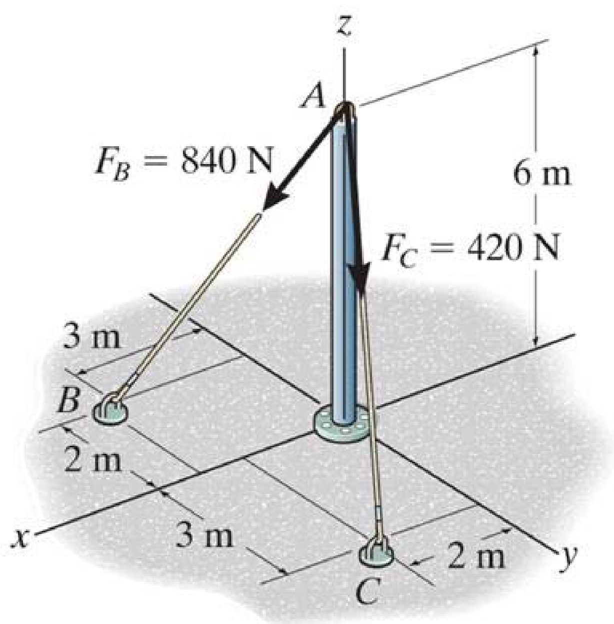
Dado: La fuerza de 420 N a lo largo del cable AC.

Hallar: La fuerza $\boldsymbol{F_{AC}}$ en la forma vectorial cartesiana.

Plan:

1. Encontrar el vector de posición $\boldsymbol{r_{AC}}$ y su vector unitario $\boldsymbol{u_{AC}}$.
2. Obtener el vector de fuerza como $\boldsymbol{F_{AC}}$ = 420 N $\boldsymbol{u_{AC}}$.

EJEMPLO (Continuado)



Como se aprecia en la figura, cuando se relaciona A con C, tendremos que ir 2 m en la dirección x, 3 m en la dirección y, y -6 m en la dirección z. De tal manera,

$\boldsymbol{r}_{AC} = \{2\,\boldsymbol{i} + 3\,\boldsymbol{j} - 6\,\boldsymbol{k}\}$ m.

(También podemos encontrar $\boldsymbol{r}_{AC}$ restando las coordenadas de A de las coordenadas de C.)

$r_{AC} = \{2^2 + 3^2 + (-6)^2\}^{1/2} = 7$ m

Ahora $\boldsymbol{u}_{AC} = \boldsymbol{r}_{AC}/r_{AC}$ y $\boldsymbol{F}_{AC} = 420\,\boldsymbol{u}_{AC} = 420\,(\boldsymbol{r}_{AC}/r_{AC})$

Así que $\boldsymbol{F}_{AC} = 420\{\,(2\,\boldsymbol{i} + 3\,\boldsymbol{j} - 6\,\boldsymbol{k}) / 7\,\}$ N

$= \{\underline{120}\,\boldsymbol{i} + \underline{180}\,\boldsymbol{j} \underline{- 360}\,\boldsymbol{k}\}$ N

PRUEBA CONCEPTUAL

1. **P** y **Q** son dos puntos en el espacio 3D. ¿Cómo se relacionan los vectores de posición $\boldsymbol{r}_{PQ}$ y $\boldsymbol{r}_{QP}$?

   A) $\boldsymbol{r}_{PQ} = \boldsymbol{r}_{QP}$

   B) $\boldsymbol{r}_{PQ} = -\boldsymbol{r}_{QP}$

   C) $\boldsymbol{r}_{PQ} = 1/\boldsymbol{r}_{QP}$

   D) $\boldsymbol{r}_{PQ} = 2\,\boldsymbol{r}_{QP}$

2. Si $\boldsymbol{F}$ y $\boldsymbol{r}$ son vectores de fuerza y posición, respectivamente, en unidades del SI, ¿cuáles son las unidades de (r * ($\boldsymbol{F}$ / F)) ?

   A) Newton

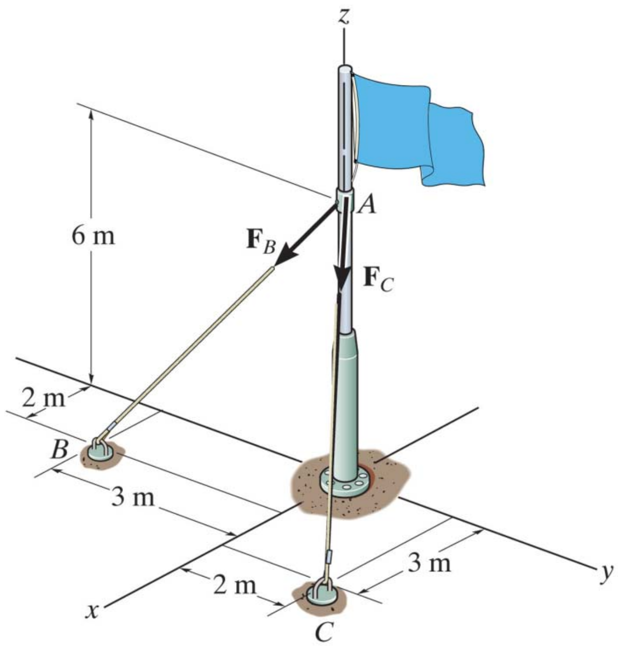
   B) Adimensionales

   C) Metros

   D) Newton - metro

   E) La expresión es algebraicamente ilegal.

SOLUCIÓN DE PROBLEMA GRUPAL



Dado: Dos fuerzas están actuando en un asta bandera como se muestra en la figura. $F_B = 560$ N y $F_C = 700$ N

Hallar: La magnitud y los ángulos directores coordenados de la fuerza resultante.

Plan:

1) Encontrar las fuerzas a lo largo de AB y AC en la forma de vectores cartesianos.

2) Sumar las dos fuerzas para obtener la fuerza resultante, $\boldsymbol{F_R}$.

3) Encontrar la magnitud y los ángulos coordenados de $\boldsymbol{F_R}$.

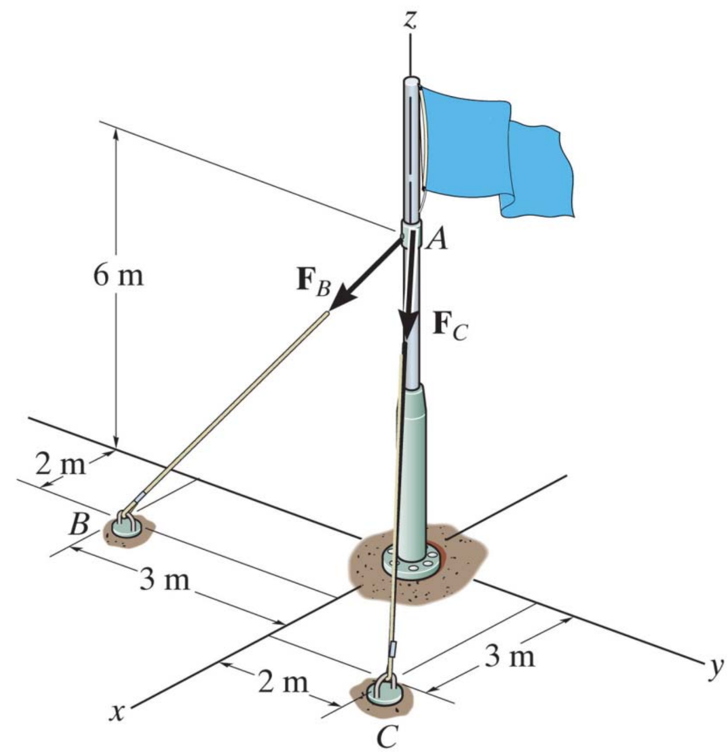
PROBLEMA GRUPAL (Continuado)

$\boldsymbol{r}_{AB} = \{2\,\boldsymbol{i} - 3\,\boldsymbol{j} - 6\,\boldsymbol{k}\}$ m

$\boldsymbol{r}_{AC} = \{3\,\boldsymbol{i} + 2\,\boldsymbol{j} - 6\,\boldsymbol{k}\}$ m

$r_{AB} = \{2^2 + (-3)^2 + (-6)^2\}^{1/2} = 7$ m

$r_{AC} = \{3^2 + 2^2 + (-6)^2\}^{1/2} = 7$ m



$\boldsymbol{F}_{AB} = 560\ (\boldsymbol{r}_{AB} / r_{AB})$ N

$\boldsymbol{F}_{AB} = 560\ (2\,\boldsymbol{i} - 3\,\boldsymbol{j} - 6\,\boldsymbol{k}) / 7$ N

$\boldsymbol{F}_{AB} = (160\,\boldsymbol{i} - 240\,\boldsymbol{j} - 480\,\boldsymbol{k})$ N

$\boldsymbol{F}_{AC} = 700\ (\boldsymbol{r}_{AC} / r_{AC})$ N

$\boldsymbol{F}_{AC} = 700\ (3\,\boldsymbol{i} + 2\,\boldsymbol{j} - 6\,\boldsymbol{k}) / 7$ N

$\boldsymbol{F}_{AC} = \{300\,\boldsymbol{i} + 200\,\boldsymbol{j} - 600\,\boldsymbol{k}\}$ N

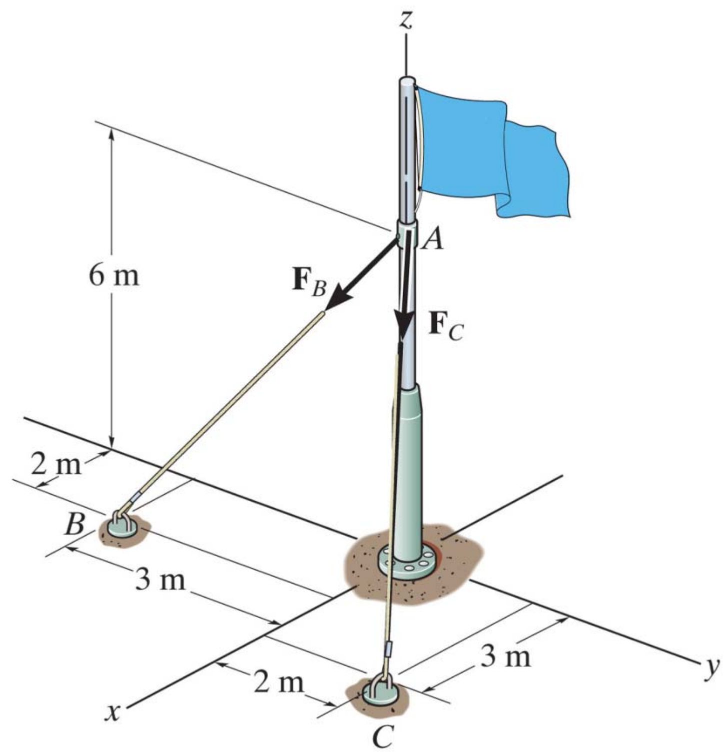
PROBLEMA GRUPAL (Continuado)

$$\boldsymbol{F_R} = \boldsymbol{F_{AB}} + \boldsymbol{F_{AC}}$$
$$= \{460\ \boldsymbol{i} - 40\ \boldsymbol{j} - 1080\ \boldsymbol{k}\}\ \text{N}$$

$$F_R = \{460^2 + (-40)^2 + (-1080)^2\}^{1/2}$$
$$= 1174.6\ \text{N}$$

$$F_R = \underline{1175\ \text{N}}$$

$$\alpha = \cos^{-1}(460/1175) = \underline{66.9°}$$
$$\beta = \cos^{-1}(-40/1175) = \underline{92.0°}$$
$$\gamma = \cos^{-1}(-1080/1175) = \underline{157°}$$



PRUEBA DE ATENCIÓN

1. Dos puntos en el espacio 3–D tienen las coordenadas de P (1, 2, 3) y Q (4, 5, 6) metros. El vector de posición $\boldsymbol{r}_{QP}$ está dado por:

A) $\{3\,\boldsymbol{i} + 3\,\boldsymbol{j} + 3\,\boldsymbol{k}\}$ m

B) $\{-3\,\boldsymbol{i} - 3\,\boldsymbol{j} - 3\,\boldsymbol{k}\}$ m

C) $\{5\,\boldsymbol{i} + 7\,\boldsymbol{j} + 9\,\boldsymbol{k}\}$ m

D) $\{-3\,\boldsymbol{i} + 3\,\boldsymbol{j} + 3\,\boldsymbol{k}\}$ m

E) $\{4\,\boldsymbol{i} + 5\,\boldsymbol{j} + 6\,\boldsymbol{k}\}$ m

2. Un vector de fuerza, $\boldsymbol{F}$, dirigido a lo largo de la línea definida por PQ está dado por:

A) $(\boldsymbol{F}/ F)\,\boldsymbol{r}_{PQ}$

B) $\boldsymbol{r}_{PQ}/r_{PQ}$

C) $F(\boldsymbol{r}_{PQ}/r_{PQ})$

D) $F(r_{PQ}/\boldsymbol{r}_{PQ})$