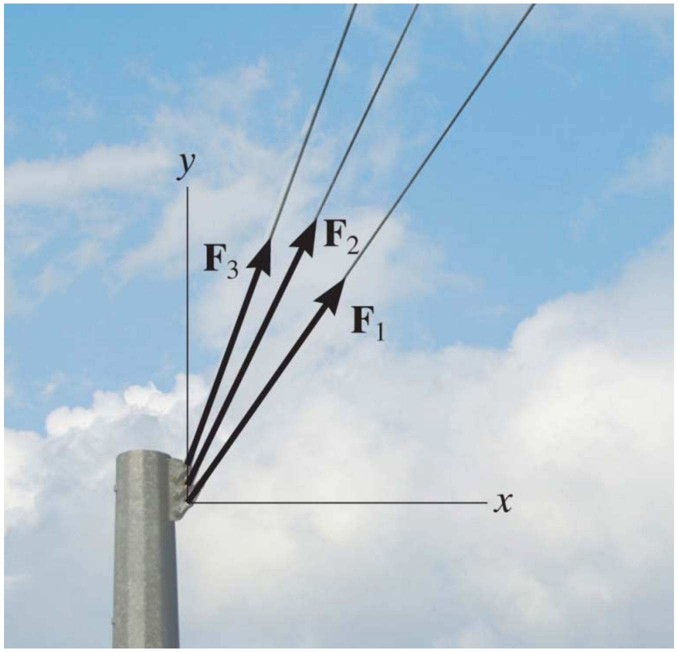
VECTORES DE FUERZA, OPERACIONES VECTORIALES & SUMA DE FUERZAS COPLANARES

Objetivo del día de hoy:

El alumno será capaz de:

a) Resolver un vector 2-D en sus componentes.

b) Sumar vectores 2-D empleando notación vectorial Cartesiana.



Actividades en clase:

- Revisión de tareas
- Prueba de lectura
- Aplicación de Suma de Fuerzas
- La Ley del Paralelogramo
- Descomposición de un vector empleando la Notación Vectorial Cartesiana (NVC)
- Adición empleando NVC
- Problema de Ejemplo
- Prueba de Conceptos
- Problema Grupal
- Prueba de Atención

PRUEBA DE LECTURA

1. ¿Cuál de las siguientes es una cantidad escalar?

   A) Fuerza B) Posición

   C) Masa D) Velocidad

2. Para sumar vectores, usted debe usar la Ley ______.

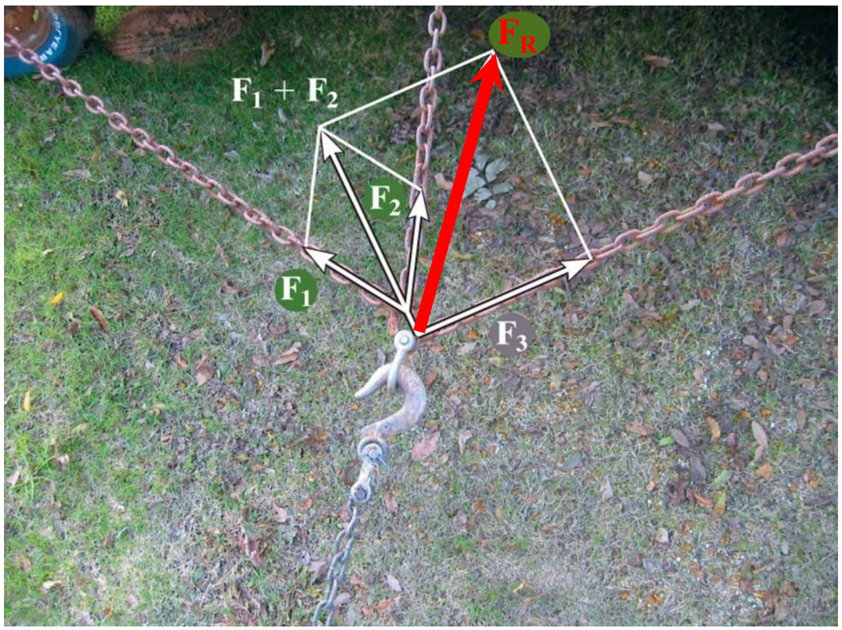
   A) de Newton (segunda)

   B) Aritmética

   C) de Pascal

   D) del Paralelogramo

APLICACIÓN DE LA SUMA VECTORIAL



Existen tres fuerzas concurrentes actuando en el gancho debido a las cadenas.

Debemos decidir si el gancho fallará (se doblará o romperá).

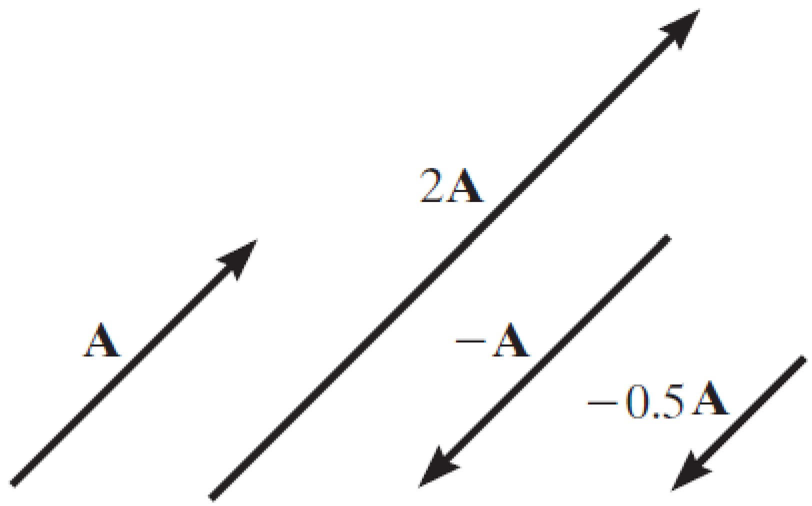
Para hacerlo, necesitamos saber la *resultante* o la fuerza total que actúa en el gancho como resultado de las tres cadenas.

ESCALARES Y VECTORES
(Sección 2.1)

	Escalares	***Vectores***
Ejemplos:	Masa, Volumen	Fuerza, Velocidad
Características:	Tienen magnitud (positiva o negativa)	Tienen magnitud y dirección
Regla aditiva:	Aritmética simple	Ley del Paralelogramo
Notación especial:	Ninguna	Fuente en negrita, una línea, una flecha

En estas presentaciones de PowerPoint, una cantidad vectorial se representa ***así*** (en **negrita**, *cursiva*, y color rojo).

OPERACIONES VECTORIALES (Sección 2.2)

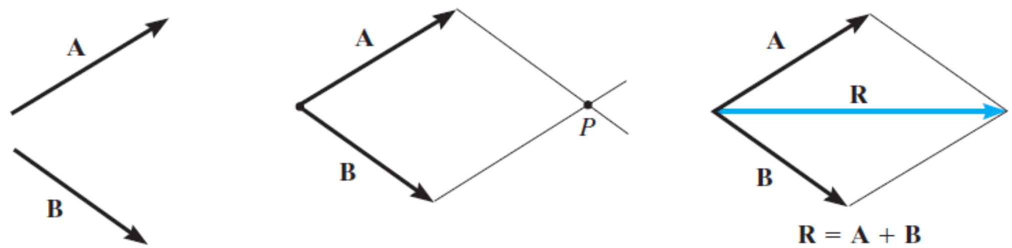


Multiplicación Escalar

y División

ADICIÓN DE VECTORES EMPLEANDO YA SEA LA LEY DEL PARALELOGRAMO O TRIÁNGULO

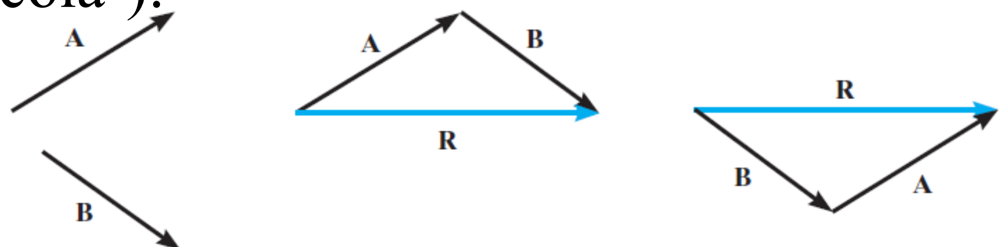
Ley del Paralelogramo:



R = A + B

Parallelogram law

Método del triángulo
(siempre 'punta a cola'):



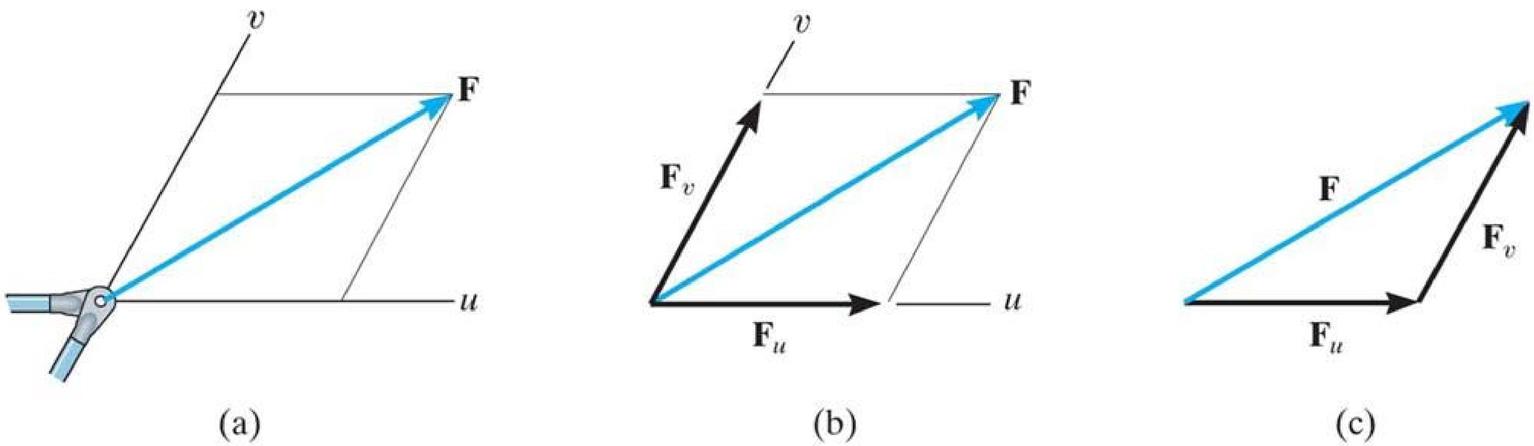
R = A + B
Triangle rule

R = B + A
Triangle rule

¿Cómo resta usted un vector?; ¿Cómo puede usted sumar más de dos vectores concurrentes gráficamente?

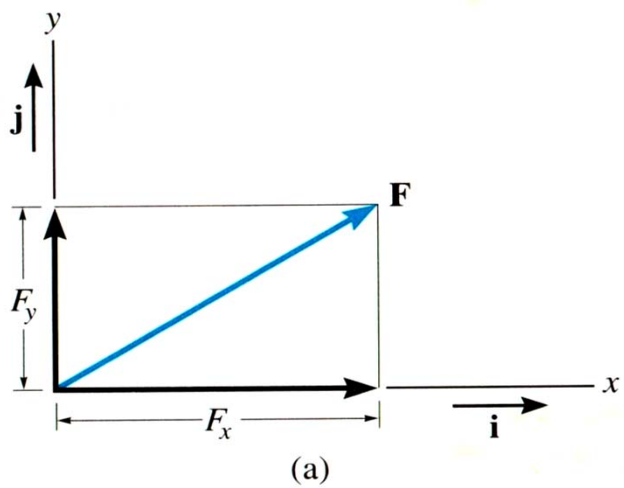
DESCOMPOSICIÓN DE UN VECTOR

La “Descomposición” de un vector es dividirlo en sus componentes.



Es como usar la Ley del Paralelogramo, pero al revés.

ADICIÓN DE FUERZAS EN UN SISTEMA COPLANAR (Sección 2.4)

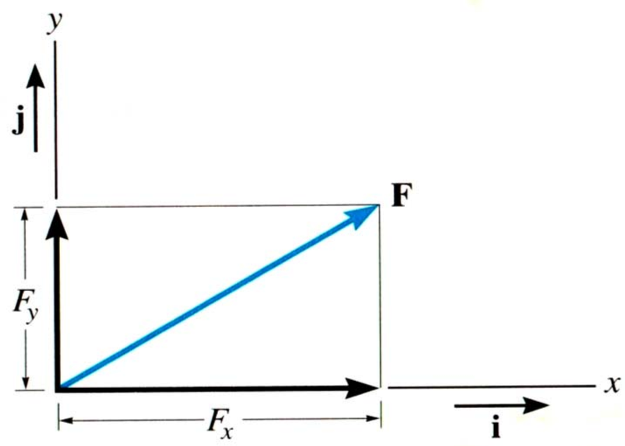


- Descomponemos a los vectores en sus componentes empleando el sistema de ejes coordenados *x* y *y*.
- Cada componente del vector se muestra como una magnitud y una dirección.

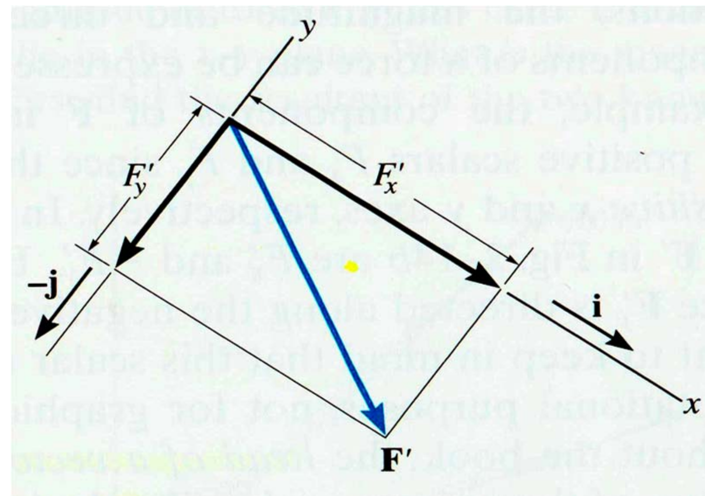
- Las direcciones están basadas en los ejes *x* y *y*. Empleamos los "vectores unitarios" ***i*** y ***j*** para designar a los ejes *x* y *y*.

Por ejemplo,

$\boldsymbol{F} = F_x \, \boldsymbol{i} + F_y \, \boldsymbol{j}$ ó $\boldsymbol{F'} = F'_x \, \boldsymbol{i} + (- F'_y) \, \boldsymbol{j}$



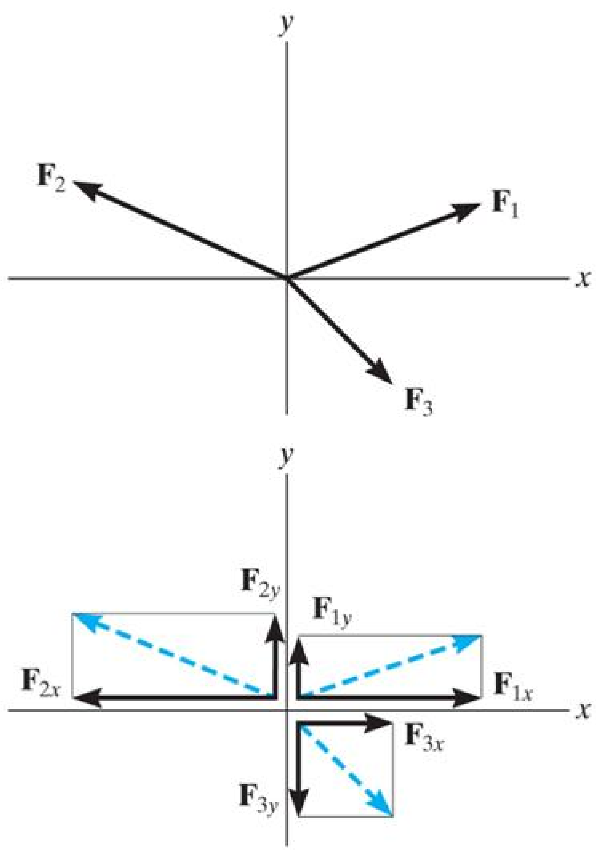
(a)



(b)

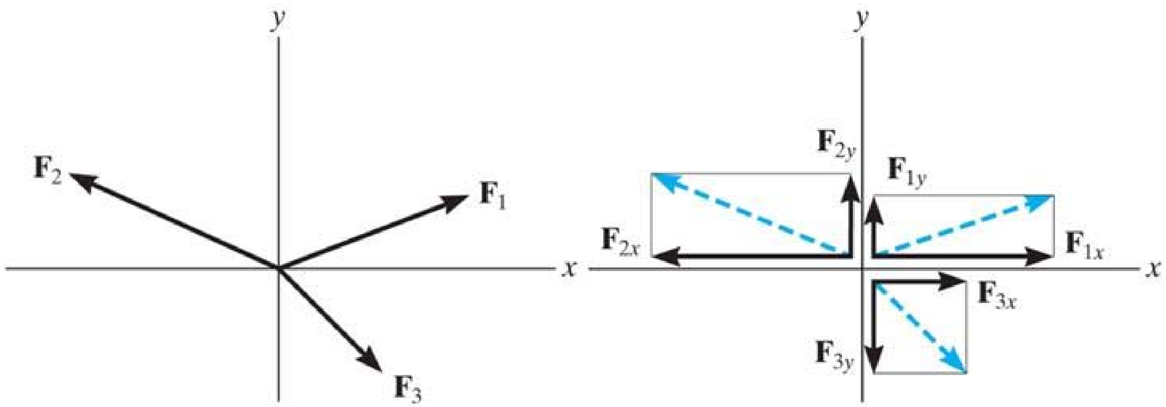
Los ejes *x* y *y* siempre son perpendiculares el uno al otro. Juntos, se pueden “poner” a cualquier inclinación.

SUMA DE VARIOS VECTORES



- El Paso 1 es resolver cada fuerza en sus componentes.
- El Paso 2 es sumar todas las componentes x juntas, seguido de sumar todas las componentes y juntas. Estos dos totales son las componentes *x* y *y* del vector resultante.
- El Paso 3 es encontrar la magnitud y el ángulo del vector resultante.

Un ejemplo del proceso:



Descomponga los tres vectores en sus componentes y luego súmelas.

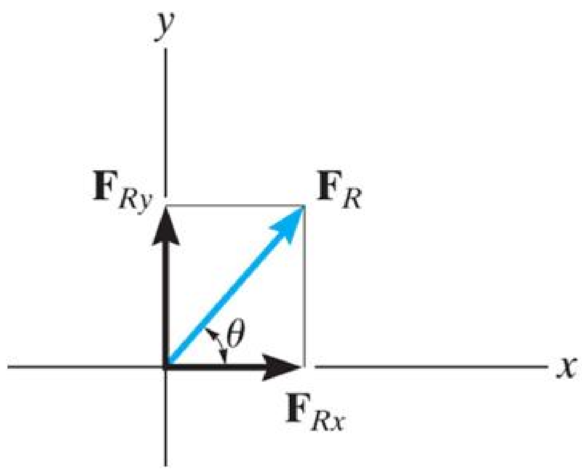
$$\boldsymbol{F_R} = \boldsymbol{F_1} + \boldsymbol{F_2} + \boldsymbol{F_3}$$

$$= F_{1x}\,\boldsymbol{i} + F_{1y}\,\boldsymbol{j} - F_{2x}\,\boldsymbol{i} + F_{2y}\,\boldsymbol{j} + F_{3x}\,\boldsymbol{i} - F_{3y}\,\boldsymbol{j}$$

$$= (F_{1x} - F_{2x} + F_{3x})\,\boldsymbol{i} + (F_{1y} + F_{2y} - F_{3y})\,\boldsymbol{j}$$

$$= (F_{Rx})\,\boldsymbol{i} + (F_{Ry})\,\boldsymbol{j}$$

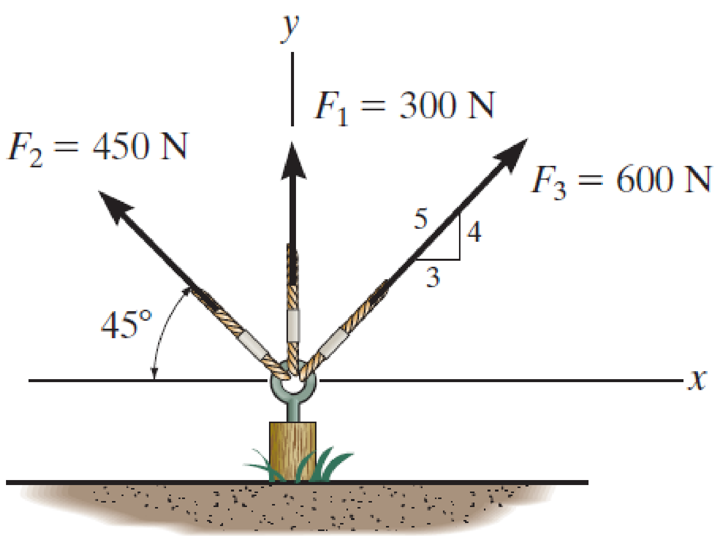
Usted también puede representar un vector 2-D por su magnitud y su ángulo.



$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{F_{Ry}}{F_{Rx}}\right|$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$$

EJEMPLO I



Dado: Tres fuerzas concurrentes actúan en el poste de un campamento.

Hallar: La magnitud y el ángulo de la fuerza resultante.

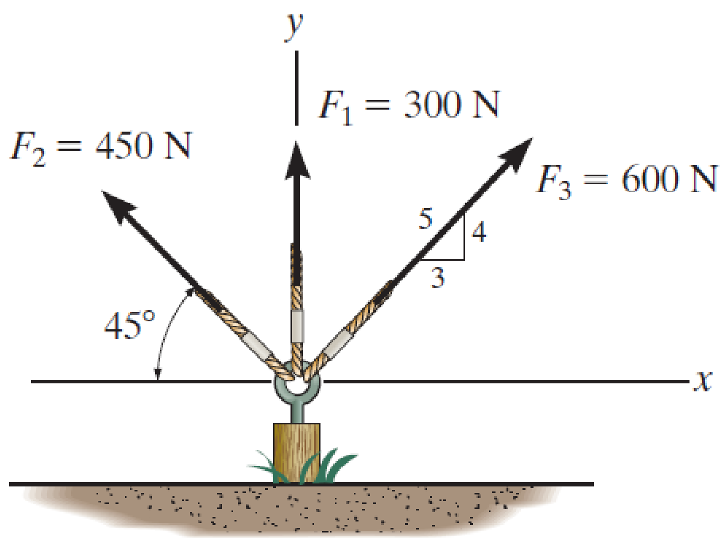
Plan:

a) Descomponer a las fuerzas en sus componentes *x* y *y*.

b) Sumar las respectivas componentes para conseguir el vector resultante.

c) Encontrar la magnitud y el ángulo de las componentes resultantes.

EJEMPLO I (Continuado)



$\boldsymbol{F_1} = \{0\ \boldsymbol{i} + 300\ \boldsymbol{j}\}$ N

$\boldsymbol{F_2} = \{-\ 450 \cos (45°)\ \boldsymbol{i} + 450 \sin (45°)\ \boldsymbol{j}\}$ N

$= \{-\ 318.2\ \boldsymbol{i} + 318.2\ \boldsymbol{j}\}$ N

$\boldsymbol{F_3} = \{\ (3/5)\ 600\ \boldsymbol{i} + (4/5)\ 600\ \boldsymbol{j}\ \}$ N

$= \{\ 360\ \boldsymbol{i} + 480\ \boldsymbol{j}\ \}$ N

EJEMPLO I (Continuado)

Sumando todas las componentes ***i*** y ***j*** respectivamente, obtenemos,

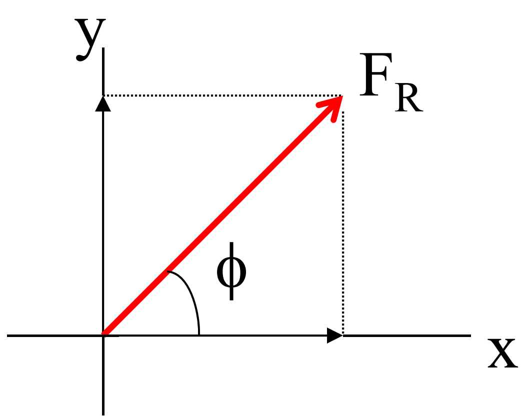
$\boldsymbol{F_R} = \{ (0 - 318.2 + 360)\, \boldsymbol{i} + (300 + 318.2 + 480)\, \boldsymbol{j} \}$ N

$= \{ 41.80\, \boldsymbol{i} + 1098\, \boldsymbol{j} \}$ N

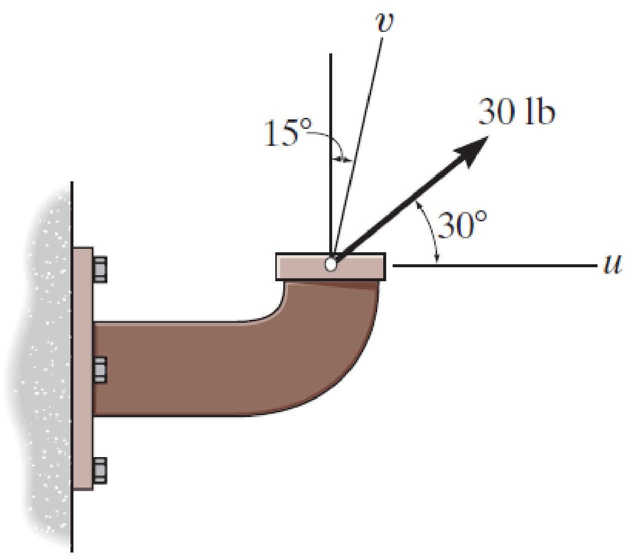
Empleando la magnitud y la dirección:

$F_R = ((41.80)^2 + (1098)^2)^{1/2} = \underline{1099 \text{ N}}$

$\phi = \tan^{-1}(1098/41.80) = \underline{87.8°}$



EJEMPLO II



Dado: Una fuerza que actúa en una tubería.

Hallar: Descomponer a la fuerza en sus componentes a lo largo de los ejes u y v, y determinar la magnitud de cada una de esas componentes.

Plan:

a) Construir líneas paralelas a los ejes u y v, y formar un paralelogramo.

b) Descomponer a las fuerzas en sus componentes u – v.

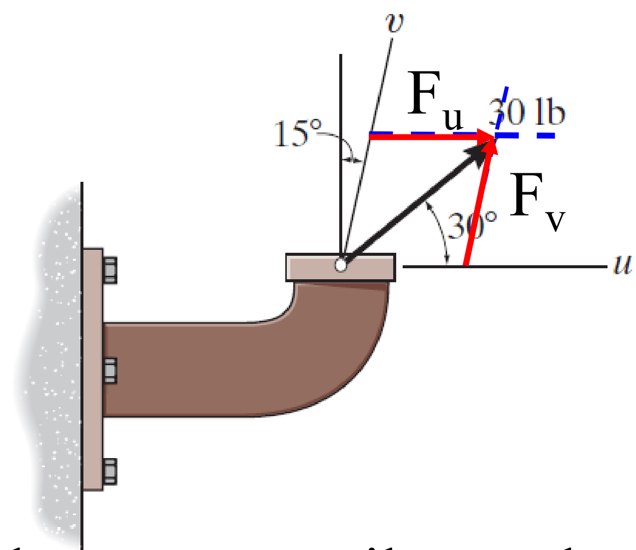
c) Encontrar la magnitud de las componentes a partir de la Ley de Senos.

EJEMPLO II (Continuado)

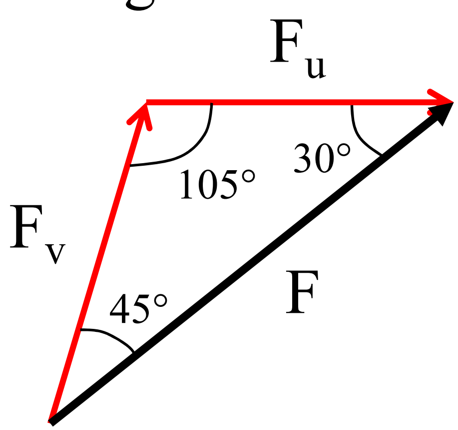
Solución:

Dibuje líneas paralelas a los ejes u y v.

Y descomponga a las fuerzas en sus componentes u y v.

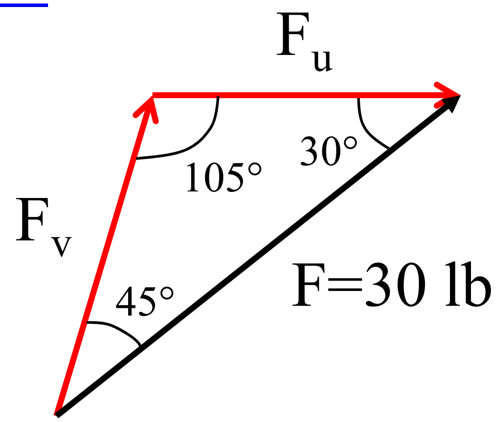


Redibuje la porción superior del paralelogramo para ilustrar la adición triangular de las componentes (punta a cola).



EJEMPLO II (Continuado)

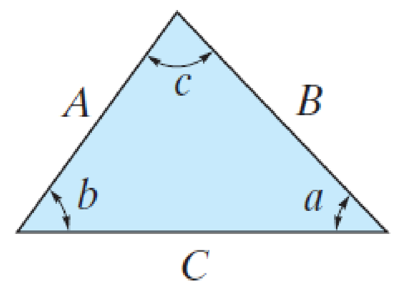
Las magnitudes de dos componentes de fuerzas se determinan a partir de la Ley de Senos. Las formulas están dadas en la Fig. 2–10*c*.



$$\frac{30}{\sin 105^\circ} = \frac{F_u}{\sin 45^\circ} = \frac{F_v}{\sin 30^\circ}$$

F_u = (30/sin105°) sin 45° = 22.0 lb

F_v = (30/sin105°) sin 30° = 15.5 lb



Sine law:

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

Fig. 2–10

PRUEBA DE CONCEPTOS

1. ¿Puede usted resolver un vector 2-D a lo largo de dos direcciones que no posean 90° entre ellas?

   A) Sí, pero no de manera única.

   B) No.

   C) Sí, de manera única.

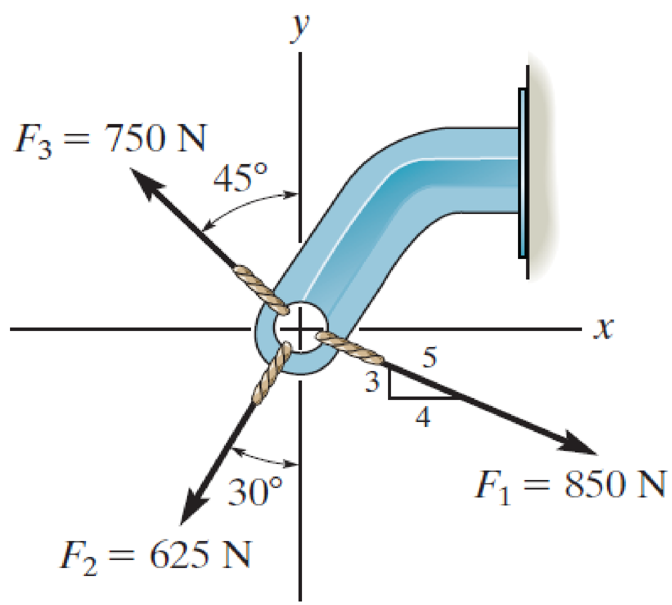
2. ¿Puede usted resolver un vector 2-D a lo largo de tres direcciones (por decir a 0, 60, y 120°)?

   A) Sí, pero no de manera única.

   B) No.

   C) Sí, de manera única.

SOLUCIÓN DE PROBLEMA GRUPAL



Dado: Tres fuerzas concurrentes actuando en el soporte.

Hallar: La magnitud y el ángulo de la fuerza resultante. Muestre la resultante en un sketch.

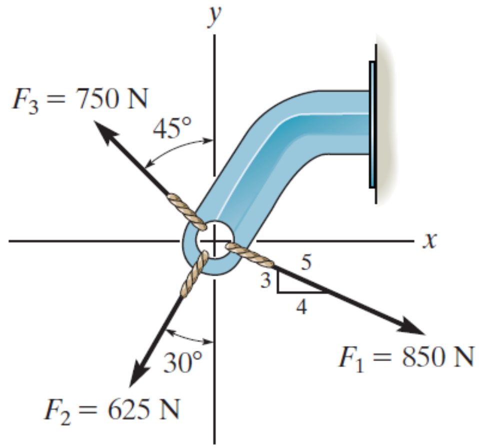
Plan:

a) Descomponga las fuerzas en sus componentes *x* y *y*.

b) Sume las respectivas componentes para obtener el vector resultante.

c) Halle la magnitud y el ángulo a partir de las componentes resultantes.

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA GRUPAL (Continuado)



$$\boldsymbol{F_1} = \{850\ (4/5)\ \boldsymbol{i} - 850\ (3/5)\ \boldsymbol{j}\ \}\ \text{N}$$

$$= \{\ 680\ \boldsymbol{i} - 510\ \boldsymbol{j}\ \}\ \text{N}$$

$$\boldsymbol{F_2} = \{-\ 625\ \sin(30°)\ \boldsymbol{i} - 625\ \cos(30°)\ \boldsymbol{j}\ \}\ \text{N}$$

$$= \{-\ 312.5\ \boldsymbol{i} - 541.3\ \boldsymbol{j}\ \}\ \text{N}$$

$$\boldsymbol{F_3} = \{-750\ \sin(45°)\ \boldsymbol{i} + 750\ \cos(45°)\ \boldsymbol{j}\ \}\ \text{N}$$

$$\{-\ 530.3\ \boldsymbol{i} + 530.3\ \boldsymbol{j}\ \}\ \text{N}$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA GRUPAL (Continuado)

Sumando todas las componentes ***i*** y ***j***, respectivamente, obtenemos,

$$\boldsymbol{F_R} = \{\, (680 - 312.5 - 530.3)\,\boldsymbol{i} + (-510 - 541.3 + 530.3)\,\boldsymbol{j}\,\}\text{N}$$

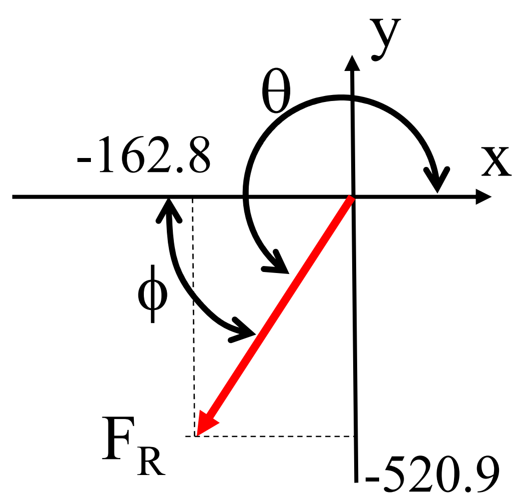
$$= \{-\,162.8\,\boldsymbol{i} - 520.9\,\boldsymbol{j}\,\}\ \text{N}$$

Ahora hallamos la magnitud y el ángulo,

$F_R = ((-\,162.8)^2 + (-\,520.9)^2)^{½} = \underline{546\ \text{N}}$

$\phi = \tan^{-1}(\,520.9 / 162.8\,) = \underline{72.6°}$

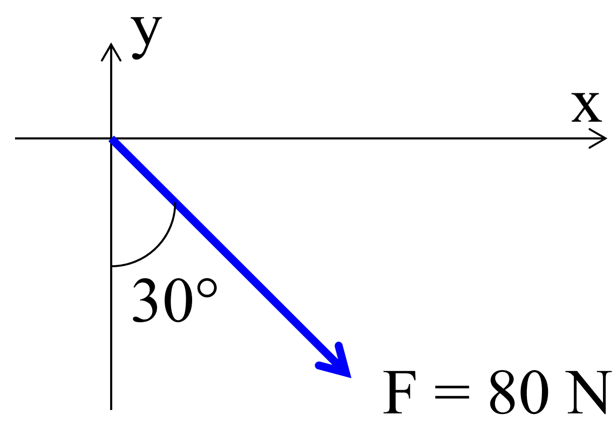
<u>A partir del eje positivo, $\theta = 253°$</u>



PRUEBA DE ATENCIÓN

1. Descomponga ***F*** a lo largo de los ejes *x* y *y* y escriba en forma vectorial.

   F = { ______________ } N



   A) 80 cos (30°) ***i*** – 80 sin (30°) ***j***

   B) 80 sin (30°) ***i*** + 80 cos (30°) ***j***

   C) 80 sin (30°) ***i*** – 80 cos (30°) ***j***

   D) 80 cos (30°) ***i*** + 80 sin (30°) ***j***

2. Determine la magnitud de la fuerza resultante ($\boldsymbol{F_1}$ + $\boldsymbol{F_2}$) en N cuando $\boldsymbol{F_1}$ = { 10 ***i*** + 20 ***j*** } N y $\boldsymbol{F_2}$ = { 20 ***i*** + 20 ***j*** } N.

   A) 30 N B) 40 N C) 50 N

   D) 60 N E) 70 N