EL TRABAJO DE UNA FUERZA, LOS PRINCIPIOS DE TRABAJO Y ENERGÍA & SISTEMAS DE PARTÍCULAS

Objetivos de hoy:

Los estudiantes serán capaces de:

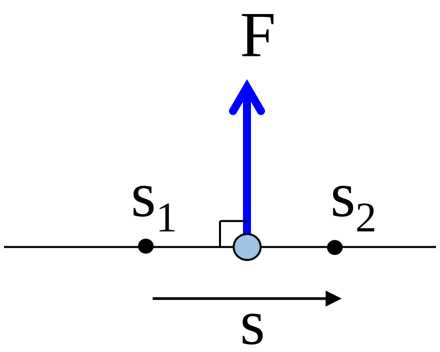
1. Calcular el trabajo de una fuerza.
2. Aplicar los principios de trabajo y energía a una partícula o a un sistema de partículas.

Actividades en clase:

- Revisión de tareas
- Prueba de lectura
- Aplicaciones
- Trabajo de una Fuerza
- Principios de Trabajo y Energía
- Prueba conceptual
- Solución grupal de problemas
- Prueba de atención

PRUEBA DE LECTURA

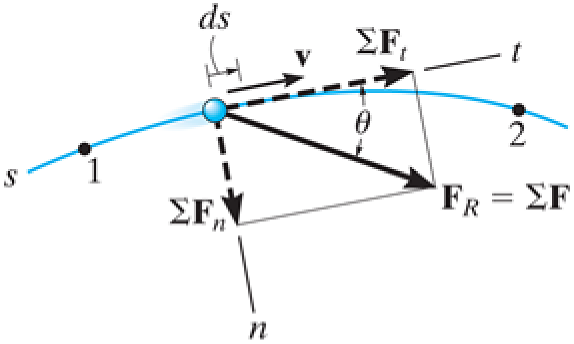
1. ¿Cuál es el trabajo hecho por la fuerza F?



A) F s B) –F s

C) Cero D) Ninguna de las anteriores.

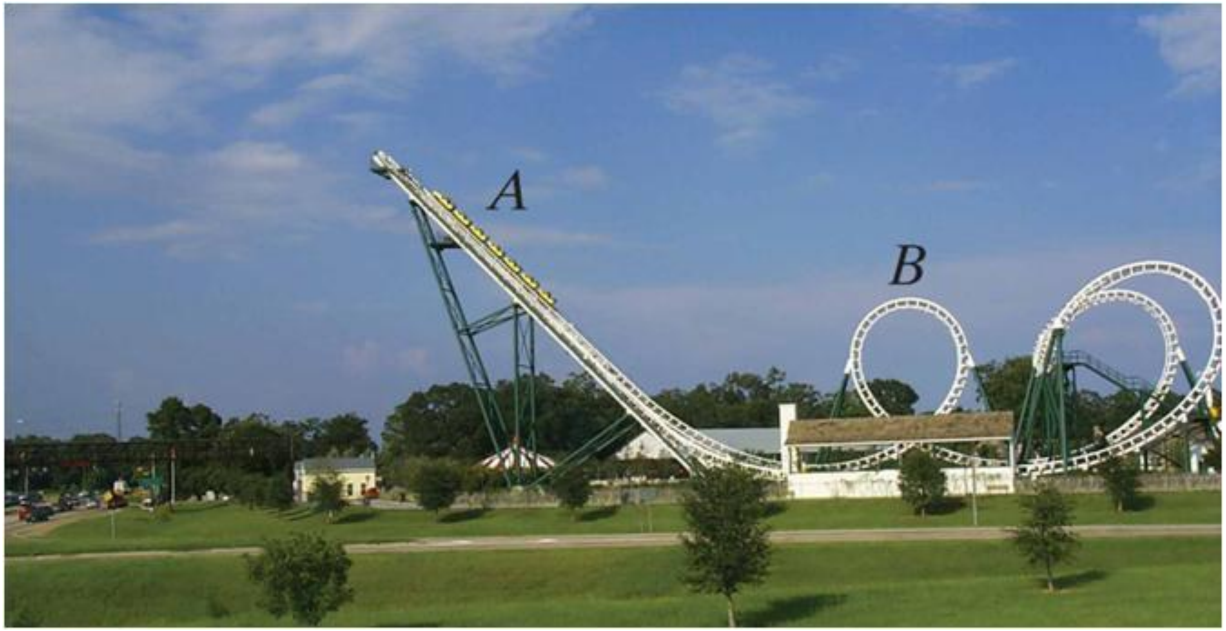
2. Si una partícula se mueve de 1 a 2, el trabajo hecho en la partícula por la fuerza, F_R será:



A) $\int_{s_1}^{s_2} \Sigma F_t \, ds$ B) $-\int_{s_1}^{s_2} \Sigma F_t \, ds$

C) $\int_{s_1}^{s_2} \Sigma F_n \, ds$ D) $-\int_{s_1}^{s_2} \Sigma F_n \, ds$

APLICACIONES



Las montañas rusas hacen uso de las fuerzas gravitacionales para ayudar a los carros a alcanzar altas velocidades en los "valles" de las pistas.

¿Cómo podemos diseñar la pista (es decir, su altura, h, y el radio de curvatura, ρ) para controlar las fuerzas experimentadas por los pasajeros?

APLICACIONES (continuadas)

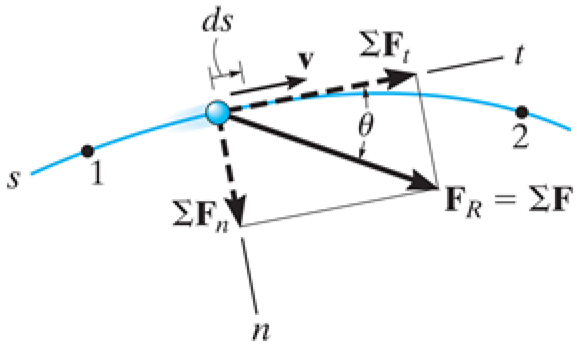
Los barriles contra accidentes se usan frecuentemente en autopistas al frente de barreras para evitar choques. Los barriles absorben la energía cinética de los carros deformándose.

Si conocemos la velocidad de un carro entrante y la cantidad de energía que puede absorber cada barril, ¿cómo podemos diseñar un colchón contra choques?

TRABAJO Y ENERGÍA

Otra ecuación para trabajar con problemas cinéticos que involucran partículas se puede obtener integrando la ecuación del movimiento (***F*** = m**a**) con respecto al desplazamiento.

Al sustituir $a_t = v(dv/ds)$ en $F_t = ma_t$, el resultado se integra para llegar a una ecuación conocida como el principio del trabajo y la energía.

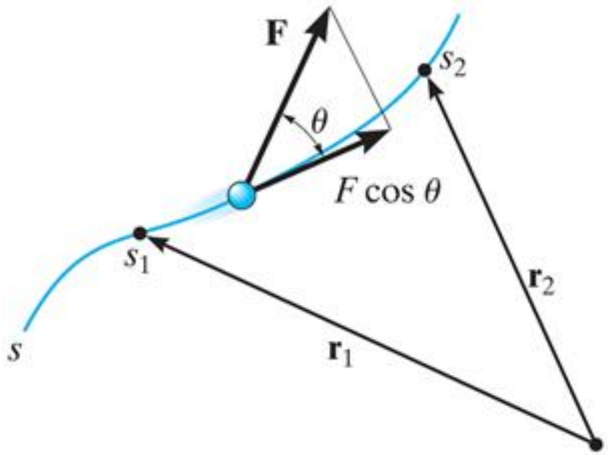


Este principio es útil para resolver problemas que involucran fuerza, velocidad, y desplazamiento. También se puede usar para explorar el concepto de potencia.

Para usar este principio, primero debemos entender cómo calcular el trabajo de una fuerza.

TRABAJO DE UNA FUERZA (Sección 14.1)

Una fuerza hace trabajo en una partícula cuando la partícula sufre un desplazamiento a lo largo de la línea de acción de la fuerza.



El trabajo se define como el producto de la fuerza y la componente del desplazamiento que actúa en la misma dirección. Entonces, si el ángulo entre la fuerza y el vector de desplazamiento es θ, el aumento de trabajo dU hecho por la fuerza es:

$$dU = F\, ds \cos \theta$$

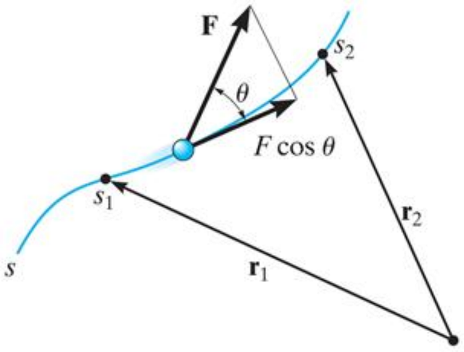
Por la definición del producto punto e integrando, el trabajo total se puede expresar como:

$$U_{1\text{-}2} = \int_{\boldsymbol{r}_1}^{\boldsymbol{r}_2} \boldsymbol{F} \bullet d\boldsymbol{r}$$

TRABAJO DE UNA FUERZA (continuado)

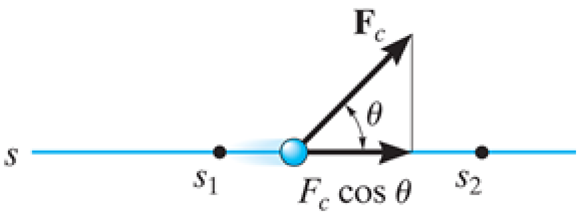
Si ***F*** está en función de la posición (un caso típico), se vuelve:

$$U_{1\text{-}2} = \int_{s_1}^{s_2} F \cos\theta \, ds$$



Si tanto F como θ son constantes ($F = F_c$), esta ecuación se simplifica aún más a:

$$U_{1\text{-}2} = F_c \cos\theta \,(s_2 - s_1)$$



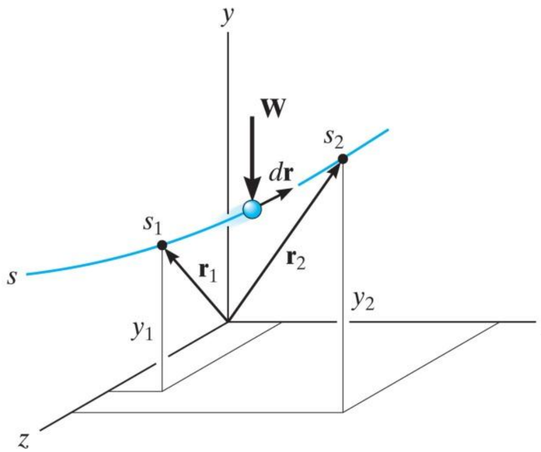
El trabajo es positivo si la fuerza y el movimiento van en la misma dirección. Si son opuestos, entonces el trabajo es negativo. Si la dirección entre la fuerza y el desplazamiento es perpendicular, el trabajo es cero.

TRABAJO DE LA FUERZA DEL PESO

El trabajo hecho por la fuerza gravitacional actuando en una partícula (o el peso de un objeto) se puede calcular usando:

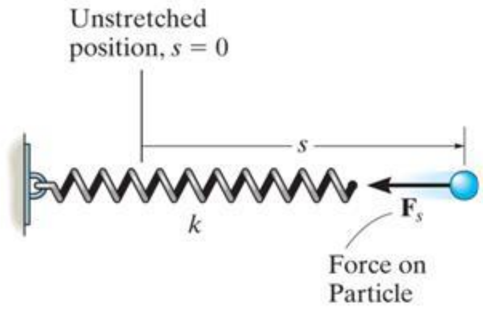
$$U_{1\text{-}2} = \int_{y_1}^{y_2} - W\,dy$$

$$U_{1\text{-}2} = - W\,(y_2 - y_1) = - W\,\Delta y$$



El trabajo de un peso es el producto de la magnitud del peso de la partícula y su desplazamiento vertical. Si Δy va hacia arriba, el trabajo es negativo ya que la fuerza del peso siempre actúa hacia abajo.

TRABAJO DE LA FUERZA DE UN RESORTE



Al estirarse, un resorte elástico lineal desarrolla una fuerza de magnitud $F_s = ks$, donde k es la rigidez del resorte y s es el desplazamiento desde la posición sin estirar.

El trabajo de la fuerza del resorte moviéndose desde la posición s_1 a la posición s_2 es:

$$U_{1\text{-}2} = \int_{s_1}^{s_2} F_s\, ds = \int_{s_1}^{s_2} k\, s\, ds = 0.5\, k\, (s_2)^2 - 0.5\, k\, (s_1)^2$$

Si una partícula está unida al resorte, la fuerza F_s ejercida en la partícula es contraria a la ejercida en el resorte. Entonces, el trabajo hecho en la partícula por la fuerza del resorte será negativo o:

$$U_{1\text{-}2} = -\left[0.5\, k\, (s_2)^2 - 0.5\, k\, (s_1)^2\right]$$

FUERZAS DE RESORTE

Es importante observar lo siguiente sobre las fuerzas de resortes:

1. Las ecuaciones presentadas son ¡sólo para resortes lineales! Recuerde que un resorte lineal desarrolla una fuerza conforme a $F = ks$ (esencialmente la ecuación de una línea).
2. El trabajo de un resorte no es únicamente la fuerza del resorte veces la distancia en algún punto, es decir, $(ks_i)(s_i)$. Cuidado, ¡esta es una trampa en la que los estudiantes caen comúnmente!
3. Siempre revise dos veces el signo del trabajo del resorte después de calcularlo. Es trabajo positivo si la fuerza en el objeto debida al resorte y el movimiento están en la misma dirección.

PRINCIPIOS DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA
(Sección 14.2 & Sección 14.3)

Integrando la ecuación del movimiento, $\sum F_t = ma_t = mv(dv/ds)$, el principio del trabajo y la energía se puede escribir como

$$\sum U_{1\text{-}2} = 0.5\ m\ (v_2)^2 - 0.5\ m\ (v_1)^2 \quad \text{ó} \quad T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$$

$\sum U_{1\text{-}2}$ es el trabajo hecho por todas las fuerzas actuando en la partícula así como se mueve desde el punto 1 hasta el punto 2. El trabajo puede ser un escalar ya sea positivo o negativo.

T_1 y T_2 son las energías cinéticas de la partícula en su posición inicial y final, respectivamente. Entonces, $T_1 = 0.5\ m\ (v_1)^2$ y $T_2 = 0.5\ m\ (v_2)^2$. La energía cinética siempre es un escalar positivo (¡la velocidad va al cuadrado!).

Así que, la energía cinética inicial de la partícula más el trabajo hecho por todas las fuerzas que actúan en la partícula así como se mueva desde su posición inicial hasta su posición final es igual a la energía cinética final de la partícula.

PRINCIPIOS DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA (continuado)

Vea que el principio del trabajo y la energía ($T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$) ¡no es una ecuación vectorial! Cada término da una cantidad escalar.

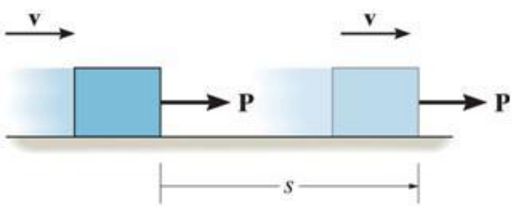
¡Tanto la energía cinética como el trabajo tienen las mismas unidades, las de energía! En el sistema SI, la unidad para la energía se llama joule (J), donde 1 J = 1 N·m. En el sistema FPS, las unidades son ft·lb.

El principio del trabajo y la energía no puede ser usado, en general, para hallar las fuerzas dirigidas de manera normal al recorrido, ya que estas fuerzas no efectúan trabajo.

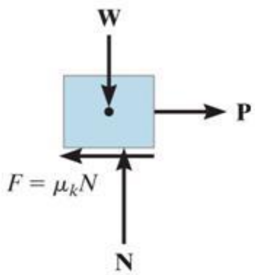
El principio del trabajo y la energía también se puede aplicar a un sistema de partículas sumando las energías cinéticas de todas las partículas en el sistema y el trabajo debido a todas las fuerzas actuando en el sistema.

TRABAJO DE LA FRICCIÓN CAUSADO POR EL DESLIZAMIENTO

El caso de un cuerpo deslizándose sobre una superficie áspera merece una consideración especial.



Considere un bloque moviéndose sobre una superficie áspera. Si la fuerza aplicada ***P*** sólo equilibra la fuerza de fricción resultante μ_k N, se mantendría una velocidad constante v.

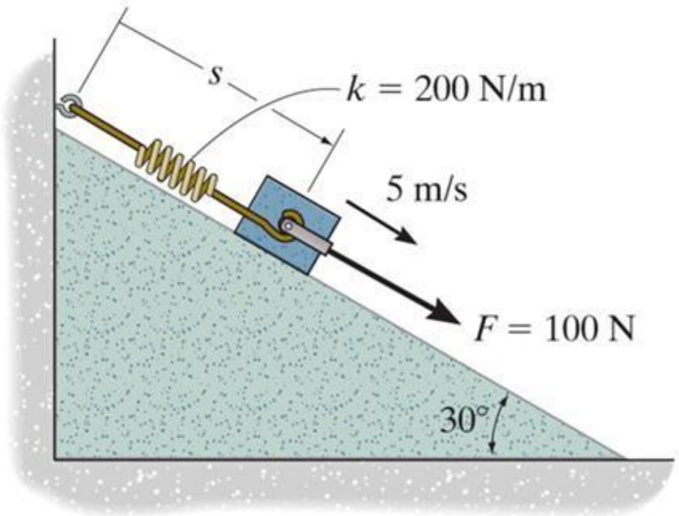


El principio del trabajo y la energía se aplicaría como:

$$0.5m\,(v)^2 + P\,s - (\mu_k\,N)\,s = 0.5m\,(v)^2$$

Esta ecuación se satisface si $P = \mu_k$ N. Sin embargo, sabemos de la experiencia que la fricción genera calor, una forma de energía que parece no ser tomada en cuenta en esta ecuación. Se puede demostrar que el término de trabajo (μ_k N)s representa tanto el trabajo externo de la fuerza de fricción y el trabajo interno que es convertido en calor.

EJEMPLO



Dado: Cuando s = 0.6 m, el resorte no se encuentra ni estirado ni comprimido, y el bloque de 10 kg, que está sometido a una fuerza de 100 N, tiene una velocidad de 5 m/s hacia abajo por el plano inclinado.

Halle: La distancia s cuando el bloque se detiene.

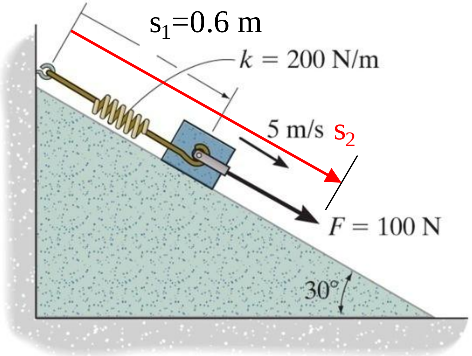
Plan: Como este problema involucra fuerzas, velocidad y desplazamiento, aplique el principio del trabajo y la energía para determinar s.

EJEMPLO (continuado)

Solución:

Aplique el principio del trabajo y la energía entre la posición 1 (s_1 = 0.6 m) y la posición 2 (s_2). Note que la fuerza normal (***N***) no efectúa trabajo ya que siempre es perpendicular al desplazamiento.

$$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$$



Hay trabajo efectuado por tres fuerzas distintas;

1) trabajo de la fuerza F = 100 N;

$$U_F = 100\,(s_2 - s_1) = 100\,(s_2 - 0.6)$$

2) trabajo del peso del bloque;

$$U_W = 10\,(9.81)\,(s_2 - s_1) \text{ sen } 30° = 49.05\,(s_2 - 0.6)$$

3) y, trabajo de la fuerza del resorte.

$$U_S = -\,0.5\,(200)\,(s_2 - 0.6)^2 = -100\,(s_2 - 0.6)^2$$

EJEMPLO (continuado)

La ecuación del trabajo y la energía será:

$$T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = T_2$$

$$0.5\,(10)\,5^2 + 100(s_2 - 0.6) + 49.05(s_2 - 0.6) - 100(s_2 - 0.6)^2 = 0$$

$$\Rightarrow\ 125 + 149.05(s_2 - 0.6) - 100(s_2 - 0.6)^2 = 0$$

Resolviendo para $(s_2 - 0.6)$,

$$(s_2 - 0.6) = \frac{-149.05 \pm \sqrt{149.05^2 - 4(-100)(125)}}{2(-100)}$$

Escogiendo la raíz positiva, indicando una deflexión del resorte positiva:

$(s_2 - 0.6) = 2.09$ m

Por lo tanto, $s_2 = \underline{2.69\ \text{m}}$

PRUEBA CONCEPTUAL

1. Un resorte con una longitud sin estirar de 5 in se expande de una longitud de 2 in a una de 4 in. El trabajo hecho en el resorte es __________ in·lb.

   A) $-[0.5\ k(4\ in)^2 - 0.5\ k(2\ in)^2]$ B) $0.5\ k\ (2\ in)^2$

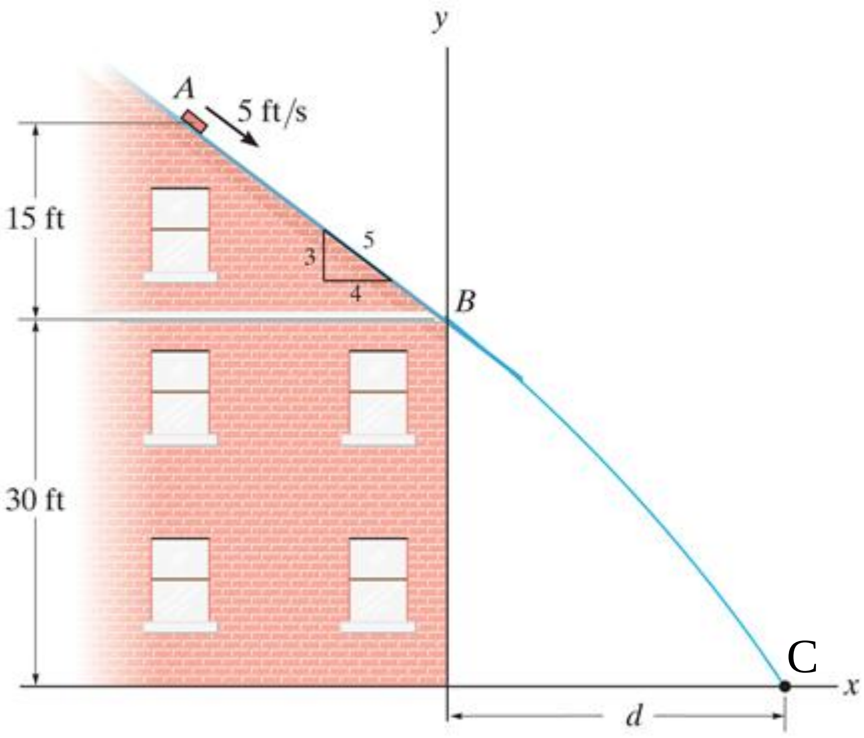
   C) $-[0.5\ k(3\ in)^2 - 0.5\ k(1\ in)^2]$ D) $0.5\ k(3\ in)^2 - 0.5\ k(1\ in)^2$

2. Si la fuerza de un resorte es $F = 5\ s^3$ N/m y el resorte está comprimido por $s = 0.5$ m, el trabajo hecho en una partícula adjunta al resorte será:

   A) 0.625 N·m B) –0.625 N·m

   C) 0.0781 N·m D) –0.0781 N·m

SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS I



Dado: El ladrillo de 2 lb se desliza hacia abajo de un techo liso, con v_A=5 ft/s.

Halle: La rapidez en B, la distancia d del muro hasta donde el ladrillo golpea el piso y su velocidad en C.

Plan: 1) Aplique el principio del trabajo y la energía al ladrillo, y determine las velocidades en B y en C.

2) Aplique las relaciones cinemáticas en las direcciones *x* y *y*.

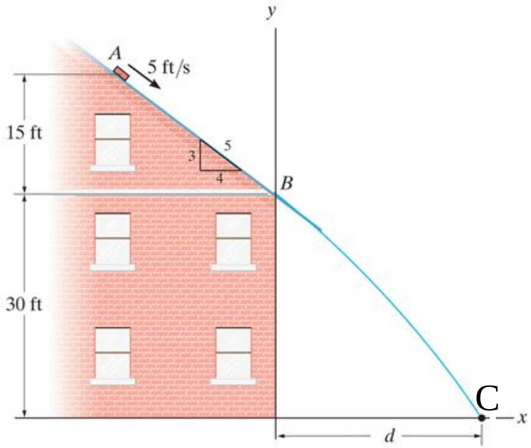
SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS I (continuada)

Solución:

1) Aplique el principio de trabajo y energía

$$\sum T_A + \sum U_{A\text{-}B} = \sum T_B$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)5^2 + 2(15) = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)(v_B)^2$$



Resolviendo para la velocidad desconocida, se obtiene v_B = 31.48 ft/s

Similarmente, aplique el principio del trabajo y la energía entre A y C

$$\sum T_A + \sum U_{A\text{-}C} = \sum T_C$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)5^2 + 2(45) = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{32.2}\right)(v_C)^2$$

v_C = 54.1 ft/s

SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS I (continuada)

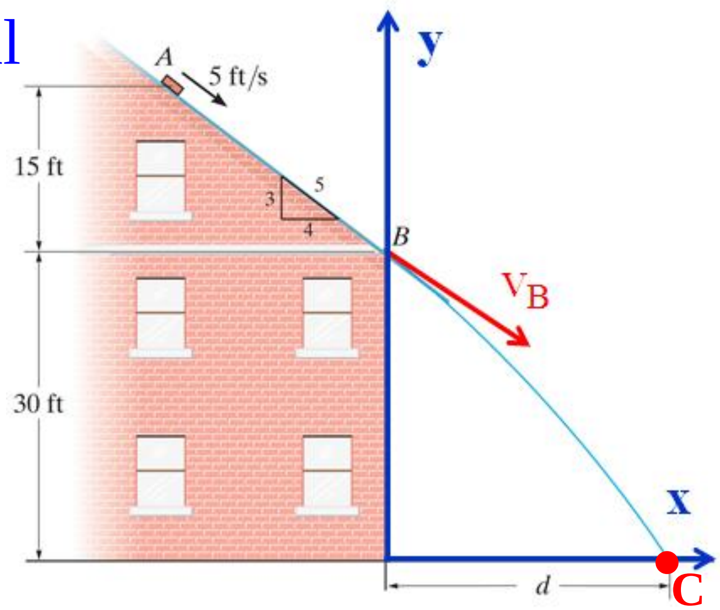
2) Aplique las relaciones cinemáticas en las direcciones *x* y *y*:

Ecuación para el movimiento horizontal

$+\rightarrow \quad x_C = x_B + v_{Bx}\, t_{BC}$

$d = 0 + 31.48\,(4/5)\, t_{BC}$

$\Rightarrow d = 25.184\, t_{BC}$



Ecuación para el movimiento vertical

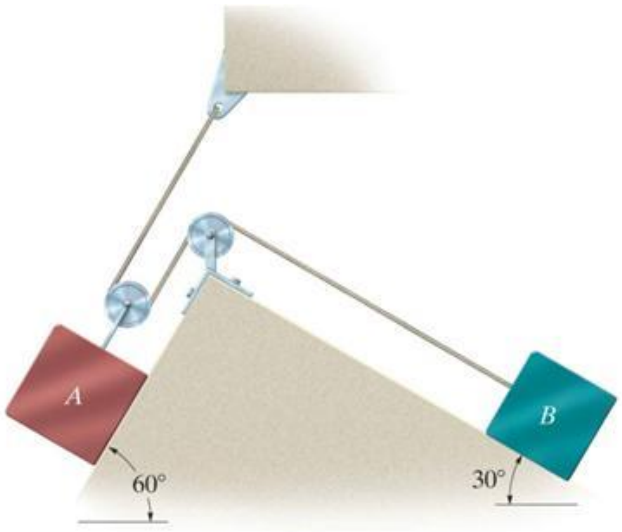
$+\uparrow \; y_C = y_B + v_{By}\, t_{BC} - 0.5\, g\, t_{BC}^2$

$\Rightarrow 0 = 30 + (-31.48)(3/5)\, t_{BC} - 0.5\,(32.2)\, t_{BC}^2$

Resolviendo para el t_{BC} positivo, da $t_{BC} = 0.899$ s

$\Rightarrow d = 25.184\, t_{BC} = 25.184\,(0.899) = \underline{22.6\text{ ft}}$

SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS II



Dado: El bloque A tiene un peso de 60 lb y el bloque B tiene un peso de 40 lb. El coeficiente de fricción cinética entre los bloques y el plano inclinado es de $\mu_k = 0.1$. Desprecie la masa del cable y de las poleas.

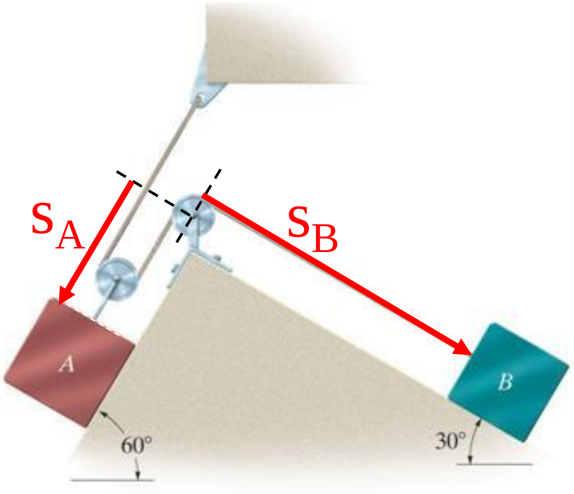
Halle: La velocidad del bloque A después de que el bloque B se ha movido 2 ft hacia arriba del plano, partiendo del reposo.

Plan:
1) Defina las relaciones cinemáticas entre los bloques.
2) Dibuje el DCL de cada bloque.
3) Aplique el principio del trabajo y la energía al sistema de bloques. ¿Por qué escoger este método?

SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS II (continuada)

Solución:

1) Se pueden determinar las relaciones cinemáticas definiendo las coordenadas de posición s_A and s_B, y luego diferenciando.



Como la longitud del cable es constante:

$$2s_A + s_B = l$$

$$2\Delta s_A + \Delta s_B = 0$$

Cuando $\Delta s_B = -2$ ft $\Rightarrow$ $\Delta s_A = 1$ ft y

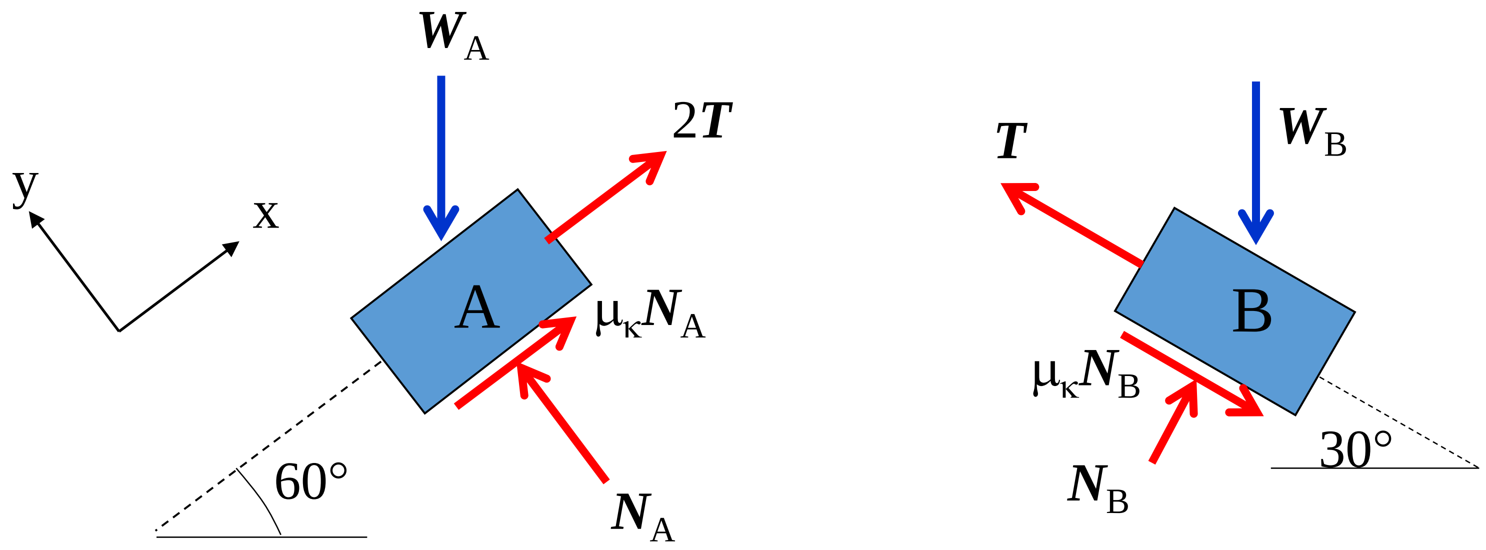
$$2v_A + v_B = 0$$

$$\Rightarrow v_B = -2v_A$$

Note que, por esta definición de s_A y s_B, el movimiento positivo para cada bloque se define hacia abajo.

SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS II (continuada)

2) Dibuje el DCL de cada bloque:



Sume las fuerzas en la dirección *y* para el bloque A (note que no hay movimiento en la dirección *y*):

$$\sum F_y = 0: N_A - W_A \cos 60° = 0$$

$$N_A = W_A \cos 60°$$

Similarmente, para el bloque B:

$$N_B = W_B \cos 30°$$

SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS II (continuada)

3) Aplique el principio del trabajo y la energía al sistema (los bloques parten del reposo).

$$\sum T_1 + \sum U_{1\text{-}2} = \sum T_2$$

$$[0.5m_A(v_{A1})^2 + 0.5m_B(v_{B1})^2] + [W_A \text{ sen } 60° - 2T - \mu_\kappa N_A]\Delta s_A$$
$$+ [W_B \text{ sen } 30° - T + \mu_\kappa N_B]\Delta s_B = [0.5m_A(v_{A2})^2 + 0.5m_B(v_{B2})^2]$$

donde $v_{A1} = v_{B1} = 0$, $\Delta s_A = 1\text{ft}$,

$\Delta s_B = -2$ ft, $v_B = -2v_A$,

$N_A = W_A \cos 60°$, $N_B = W_B \cos 30°$

$$\Rightarrow [0 + 0] + [\,60 \text{ sen } 60° - 2T - 0.1(60 \cos 60°)\,]\,(1)$$
$$+ [\,40 \text{ sen } 30° - T + 0.1(40 \cos 30°)\,]\,(-2)$$
$$= [\,0.5(60/32.2)\,(v_{A2})^2 + 0.5(40/32.2)\,(-2v_{A2})^2\,]$$

SOLUCIÓN GRUPAL DE PROBLEMAS II (continuada)

De nuevo, la ecuación del Principio del Trabajo y la Energía es:

$$\Rightarrow [0 + 0] + [60 \text{ sen } 60° – 2T – 0.1(60 \cos 60°)]\,(1)$$
$$+ [40 \text{ sen } 30° – T + 0.1(40 \cos 30°)]\,(–2)$$
$$= [0.5(60/32.2)(v_{A2})^2 + 0.5(40/32.2)(-2v_{A2})^2]$$

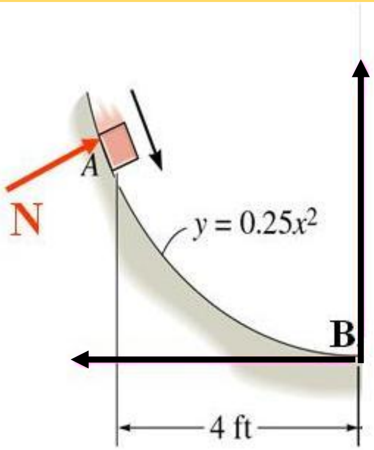
Resolviendo para la velocidad desconocida, se tiene:

$\Rightarrow v_{A2}$ = <u>0.771 ft/s</u>

Vea que el trabajo siendo efectuado por la fuerza de tensión en el cable en cada bloque se cancela entre sí (suman cero).

PRUEBA DE ATENCIÓN

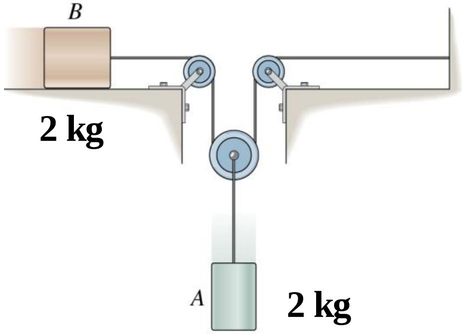
1. ¿Cuál es el trabajo hecho por la fuerza normal N si una caja de 10 lb se mueve de A a B?



A) -1.24 lb·ft B) 0 lb·ft

C) 1.24 lb·ft D) 2.48 lb·ft

2. Dos bloques se encuentran inicialmente en reposo. ¿Cuántas ecuaciones serían necesarias para determinar la velocidad del bloque A después de que el bloque B se mueve 4 m horizontalmente en la superficie lisa?



A) Una B) Dos

C) Tres D) Cuatro